
इकाई 2 बौधायन शुल्बसूत्र का परिचय

इकाई की रूपरेखा

- 2.0 उद्देश्य
- 2.1 प्रस्तावना
- 2.2 पृष्ठभूमि
- 2.3 विस्तार
- 2.4 सूत्र की व्याख्या
- 2.5 भारत में पाइथागोरियन त्रिक (शुल्बसूत्र)
- 2.6 सारांश
- 2.7 शब्दावली
- 2.8 कुछ उपयोगी पुस्तकें
- 2.9 बोध/अभ्यास प्रश्नों के उत्तर

2.0 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात् आप :

- भारतीय ज्ञान परंपरा से सुपरिचित होंगे।
- प्राचीन भारत में ज्ञान विज्ञान की पृष्ठभूमि से अवगत होंगे।
- गणित का मूल स्थान भारत है, इस बात को समझ सकेंगे।
- रेखागणित या ज्यामिति भारतीय शास्त्रों में प्रारंभिक काल से रहा है, इस बात को समझ सकेंगे।
- किस प्रकार हमारे यहाँ ज्यामिति, त्रिकोणमिति का अनुप्रयोग होता रहा है, इस बात को समझ सकेंगे।
- यह स्पष्ट हो जायेगा कि पाइथागोरस प्रमेय के सिद्धांत शुल्बसूत्र में विद्यमान थे।

2.1 प्रस्तावना

याज्ञिक अनुष्ठानों में वेदियों की रचना के लिए ज्यामिति का आविष्कार हुआ। शतपथ ब्राह्मण एवं तैत्तरीय संहिता में ज्यामिति की संकल्पना प्रस्तुत है। परन्तु सामान्यतः ऐसा विचार है कि वेदांग ज्योतिष के शुल्बसूत्र से आधुनिक ज्यामिति की नींव पड़ी। वेदांग ज्योतिष के अनुसार सूर्य की संक्रांति एवं विषुव की स्थितियाँ कृतिका नक्षत्र के वसंत विषुव के आस-पास हैं।

यह स्थिति ईसा पूर्व 1370 वर्ष के लगभग की है। अतः वेदांग ज्योतिष की रचना संभवतः ईसा पूर्व वर्ष 1300 के आस-पास हुई होगी। इस युग के महान् गणितज्ञ लगध, बौधायन, मानव, आपस्तम्ब, कात्यायन रहे हैं। इन सभी ने अलग-अलग सूल्बसूत्र की रचना की। बौधायन का शुल्बसूत्र बताता है कि दीर्घ चतुरस (आयत) के विकर्ण (रज्जू) का क्षेत्र (वर्ग) का मान पार्श्वमानी (आधार) एवं तिर्यङ्मानी (लंब) के वर्गों का योग होता है। शुल्बसूत्र आधुनिक काल में 'पाइथागोरस का सूत्र' के नाम से

प्रचलित है। शुल्बसूत्र, श्रौतसूत्रों के भाग हैं य श्रौतसूत्र, वेदों के उपांग (अर्थात् वेदांग के अंग) हैं। शुल्बसूत्र ही भारतीय ज्यामितीय गणित के सम्बन्ध में जानकारी देने वाले प्राचीनतम स्रोत हैं। विभूतिभूषण दत्त के अनुसार, प्राचीनतम भारतीय गणित में ज्यामिति के लिए 'शुल्बविज्ञान' शब्द का प्रयोग किया जाता था।

2.2 पृष्ठभूमि

निम्नलिखित शुल्ब सूत्र इस समय उपलब्ध हैं:

1. आपस्तम्ब शुल्ब सूत्र
2. बौधायन शुल्ब सूत्र
3. मानव शुल्ब सूत्र
4. कात्यायन शुल्ब सूत्र
5. मैत्रायणीय शुल्ब सूत्र (मानव शुल्ब सूत्र से कुछ सीमा तक समानता है)
6. वाराह (पाण्डुलिपि)
7. वाधुल (पाण्डुलिपि)
8. हिरण्यकेशिन (आपस्तम्ब शुल्ब सूत्र से मिलता जुलता)

पाइथागोरस प्रमेय या बौधायन प्रमेय यूक्लिडीय ज्यामिति में किसी समकोण त्रिभुज के तीनों भुजाओं के बीच एक सम्बन्ध बताने वाला प्रमेय है। इस प्रमेय को आमतौर पर एक समीकरण के रूप में निम्नलिखित तरीके से अभिव्यक्त किया जाता है कृ

$$a^2 + b^2 = c^2$$

जहाँ c समकोण त्रिभुज के कर्ण की लंबाई है तथा a और c अन्य दो भुजाओं यानी (आधार और लम्ब) की लम्बाई है। जैसे $5^2 = 4^2 + 3^2$ अर्थात् $25 = 16 + 9$

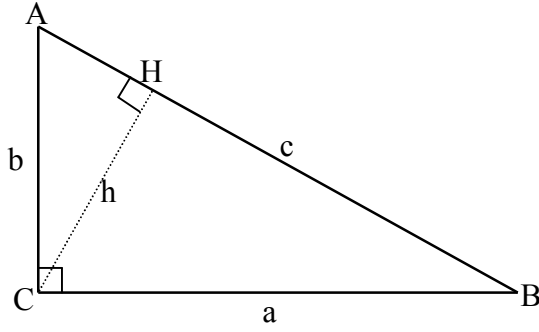
पाइथागोरस यूनान के गणितज्ञ थे। परम्परानुसार उन्हें ही इस प्रमेय की खोज का श्रेय दिया जाता है। हालांकि यह माना जाने लगा है कि इस प्रमेय की जानकारी उनसे पूर्व तिथि की है। भारत के प्राचीन ग्रंथ बौधायन शुल्बसूत्र में यह प्रमेय दिया हुआ है। इसे बौधायन पाइथागोरस प्रमेय कहा जाना चाहिए।

2.3 विस्तार

यदि हम कर्ण की लंबाई को c और अन्य दो भुजाओं की लंबाई को a और b लेते हैं, तो प्रमेय को निम्नलिखित समीकरण के रूप में व्यक्त किया जा सकता है:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

यह समीकरण समकोण त्रिकोण के तीनों भुजाओं के बीच एक सरल सम्बन्ध प्रदान करता है। इस प्रमेय का सामान्यीकरण 'कोज्या नियम' (Cosine rule) कहलाता है जिसकी सहायता से किसी भी त्रिकोण के तीसरी भुजा की लम्बाई की गणना की जा सकती है यदि शेष दो भुजाओं की लंबाई और उनके बीच के कोण की माप दी गयी हो।



समरूप त्रिभुज के उपयोग द्वारा प्रमाण

बौधायन प्रमेय के अधिकांश प्रमाणों की तरह, यह दो समरूप त्रिभुजों की भुजाओं के समानुपाती होने के गुण पर आधारित है।

माना ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें कोण C समकोण है, जैसा आकृति में दिखाया गया है। हम C बिंदु से कर्ण पर लम्ब डालते हैं और भुजा AB के साथ उस लम्ब की लम्बाई h हैं। यह नया त्रिकोण ACH हमारे त्रिकोण ABC के समरूप है, क्योंकि उन दोनों में ही समकोण है (ऊँचाई की परिभाषा के द्वारा) और A कोण उनका हिस्सा है। इसका मतलब है की तीसरा कोण भी दोनों त्रिभुजों में समान है। इसी आधार पर त्रिभुज CBH भी ABC के समरूप है।

2.4 सूत्र की व्याख्या

शुल्बसूत्रों में बौधायन का शुल्बसूत्र सबसे प्राचीन माना जाता है। इन शुल्बसूत्रों का रचना समय 1200 से 800 ईसा पूर्व माना गया है। बौधायन के शुल्बसूत्रों में गणित की अनेक प्रमेय और विधियाँ विद्यमान हैं जिनमें पाइथागोरस प्रमेय, 2 के वर्गमूल का सन्निकट मान आदि प्रमुख हैं।

अपने एक सूत्र में बौधायन ने समकोण त्रिभुज के विकर्ण के वर्ग का नियम दिया है—

दीर्घस्याक्षणया रज्जुः पार्श्वमानी तिर्यङ्मानी च ।
यत्पृथग्भूते कुरुतस्तदुभयां करोति ॥

एक आयत के विकर्ण पर बना वर्ग उतना ही क्षेत्र बनाता है जितने कि उसकी लम्बाई और चौड़ाई पर बने वर्ग मिलकर बनाते हैं। यही तो पाइथागोरस का प्रमेय है। स्पष्ट है कि इस प्रमेय की जानकारी भारतीय गणितज्ञों को पाइथागोरस के पहले से थी।

अपने एक सूत्र में बौधायन ने किसी वर्ग के क्षेत्रफल के समान क्षेत्रफल वाले वृत्त की रचना की विधि बतायी है। निम्नलिखित सूत्र में यह दिया है:

चतुरश्रं मण्डलं चिकीर्षन्नक्षणयार्धं मध्यात्प्राचीमभ्यापातयेत् ।
यदतिशिष्यतेतस्य सह तृतीयेन मण्डलं परिलिखेत्

1. आयत के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
2. समचतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं।
3. किसी वर्ग के सभी भुजाओं के मध्यबिन्दुओं को एक ही क्रम में मिलाने से बने वर्ग का क्षेत्रफल मूल वर्ग के क्षेत्रफल का आधा होता है।

4. किसी आयत की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को एक ही क्रम में मिलाने से एक समचतुर्भुज बनता है जिसका क्षेत्रफल मूल आयत के क्षेत्रफल का आधा होता है।

स्मरण रखना चाहिए कि आयत और वर्ग पर विशेष बल दिया गया है। इसका कारण यज्ञ की भूमिका (वेदी) बनाने में इनका विशेष उपयोग होना है। यह वास्तुशास्त्र और शिल्प शास्त्र का एक विशेष पक्ष है।

2.5 भारत में पाइथेगोरियन त्रिक (शुल्बसूत्र)

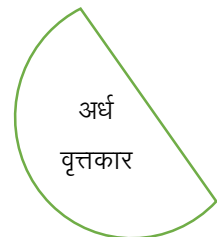
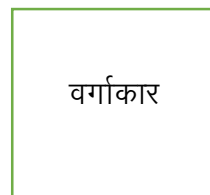
ज्यामिति का उद्भव भारत में यज्ञ की वेदी का निर्माण करने के संदर्भ में हुआ था। शुल्बसूत्र भारत की प्राचीन रचनाएँ हैं – जो यज्ञ के लिए वेदियों के निर्माण का वर्णन करती हैं। मूल रूप से ये ज्यामितीय रचनाओं पर केंद्रित हैं। शुल्ब का अर्थ है नापना अथवा नापने की क्रिया। ये शुल्बसूत्र अपने लेखकों के नाम से जाने जाते हैं। इनमें प्रमुख हैं –

1. बौधायन का शुल्बसूत्र
2. आपस्तम्ब का शुल्बसूत्र
3. कात्यायन का शुल्बसूत्र

बौधायन का शुल्बसूत्र : इनमें बौधायन का शुल्बसूत्र सबसे प्राचीन माना जाता है। अपने एक सूत्र में बौधायन ने विकर्ण के वर्ग का नियम दिया है—

दीर्घचातुरास्रास्याक्ष्नाया रज्जुः पार्श्वमानी तिर्यङ्मानी च यत्पद्यग्भूते कुरुतस्तदुभयं करोति ।

एक आयत का विकर्ण उतना ही क्षेत्र इकट्ठा बनाता है जितने कि उसकी लम्बाई और चौड़ाई अलग-अलग बनाती हैं। यही तो पाइथेगोरस का प्रमेय है। स्पष्ट है कि इस प्रमेय की जानकारी भारतीय गणितज्ञों को पाइथेगोरस के पहले से थी। दरअसल इस प्रमेय को बौधायन-पाइथेगोरस प्रमेय कहा जाना चाहिए। प्राचीन भारतीय गणित की चर्चा बिना शुल्ब सूत्रों के अधूरी रहेगी। शुल्ब सूत्र वैदिक समय के साहित्य से सम्बन्ध रखते हैं। शुल्ब सूत्र जैसा कि नाम से स्पष्ट है नापने के नियम। लम्बाई रस्सी से नापी जाती थी इसलिए शुल्ब शब्द को रस्सी के लिए प्रयोग होने लगा। सूत्रों का प्रादुर्भाव वेदों से है। वे क्राइस्ट के जन्म से कम से कम आठ नौ शताब्दी पूर्व ज्ञात थे। बौधायन विश्व के प्रथम ज्यामितिज्ञ हुए, जिन्होंने ज्यामिति ज्ञान को वैदिक यज्ञों की वेदियों के निर्माण के संदर्भ में विकसित किया था। उन्होंने शुल्ब सूत्रों के माध्यम से रेखा, पृष्ठ, मापन यन्त्र तथा मात्रक का अन्वेषण किया था। इनके द्वारा रचित शुल्ब साहित्य में मापन यन्त्र को रज्जु भी कहा गया है तथा कई स्थानों पर रेखा को रज्जु कहा गया इस तरह के कर्मकांडों के कारण वृत्त की समस्या की भी जांच की गई थी। वृत्ताकार वेदी में गार्हपत्य, वर्गाकार में अंह्यान्या तथा अर्धवृत्ताकार में दक्षिणाग्नि।



तीनों वेदियों में प्रत्येक का क्षेत्रफल समान होता है। अतः वृत्त वर्ग एवं कर्णी वर्ग का ज्ञान भारत में ऋग्वेद काल में था। इन वेदियों के निर्माण के लिए भिन्न-भिन्न ज्यामितीय क्रियाओं का प्रयोग किया जाता था। जैसे किसी सरल रेखा पर वर्ग का निर्माण, वर्ग के कोणों एवं भुजाओं का स्पर्श करते हुए वृत्तों का निर्माण, वृत्त का दो गुणा करना। इस हेतु इनका मान ज्ञात होना जरूरी था। बौधायन ने तथा कथित पायथागोरस प्रमेय को स्वतन्त्र रूप से खोजा था जिसके अनुसार किसी आयत के विकर्ण पर बने वर्ग द्वारा व्युत्पन्न क्षेत्रफल उसकी लम्बाई एवं चौड़ाई पर बने वर्ग द्वारा पृथक्-पृथक् व्युत्पन्न क्षेत्र फलों के योग के बराबर होता है। (बो। सू० 1-48) शुल्ब सूत्रों में पाइथागोरस प्रमेय का वर्णन तो है किन्तु उसकी व्युत्पत्ति तथा सिद्धि करके नहीं दिखाया गया है जब कि यूक्लिड एलिमेंट में इसे सिद्ध करके बताया गया है। प्राचीन भारतीय गणितज्ञों को संख्याओं का अच्छा ज्ञान था। काफी सीमा तक शुद्ध इनके मान बिना प्रमाणित किये हुए शुल्ब सूत्रों में वर्णित है। बौधायन तथा आपस्तम्भ सूत्रों का सम्बन्ध कृष्ण यजुर्वेद से है।

बोध/अभ्यास प्रश्न

1. शुल्बसूत्र किस सूत्र का हिस्सा है?
2. भारतीय ज्यामितीय गणित के सम्बन्ध में जानकारी देने वाले प्राचीनतम स्रोत क्या हैं?
3. शुल्बसूत्र आधुनिक काल में किस नाम से प्रचलित है?
4. जहाँ c समकोण त्रिभुज के कर्ण की लंबाई है तथा a और b अन्य दो भुजाओं यानी (आधार और लम्ब) की लम्बाई है तो $a^2 + b^2 = ?$
5. आयत के विकर्ण एक दूसरे को करते हैं।
6. समचतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को पर काटते हैं।
7. विश्व का प्रथम ज्यामितिज्ञ कौन है?

2.6 सारांश

इस इकाई के विधिवत् अध्ययन से आप भारत में बौधायन शुल्बसूत्रों का विस्तृत परिचय प्राप्त कर चुके हैं। यह जान चुके हैं कि यज्ञ वेदियों की रचना के लिये ज्यामिति का आविष्कार किया गया। शुल्बसूत्रों का समय, शतपथ ब्राह्मण एवं तैत्तरीय संहिता में ज्यामिति की संकल्पना, बौधायन तथा आपस्तम्भ सूत्रों का वेदों से सम्बन्ध आदि विषय को समझ चुके हैं। वस्तुतः अब हम यह कह सकते हैं कि इस प्रमेय को बौधायन-पाइथागोरस प्रमेय कहना ज्यादा उचित होगा।

2.7 शब्दावली

वेदी – यज्ञ करने का निश्चित स्थान

शुल्ब – मापने की रस्सी

वेदांग – शिक्षा, कल्प, व्याकरण, निरुक्त, छन्द और ज्योतिष

समद्विबाहु-समलम्ब – चतुर्भुज

2.8 कुछ उपयोगी पुस्तकें

- सरस्वती टी. ए., प्राचीन और मध्य कालीन भारत में ज्यामिति, दिल्ली

भारतीय रेखागणित:
एक परिचय

- आचार्य सुद्युम्न, गणित शास्त्र के विकास की भारतीय परम्परा, दिल्ली, मोतीलाल बनारसीदास, 2006
- शर्मा महेन्द्र, भारत के महान गणितज्ञ, दिल्ली, प्रभात प्रकाशन, 2019
- ब्रज मोहन, गणित का इतिहास, लखनऊ, उत्तर प्रदेश, हिन्दी समिति, सूचना विभाग
- श्रीवास्तव सी. एम., वैदिक गणित पद्धति, मनोज पब्लिकेशन्स, दिल्ली, 2022
- वेताल आनन्द, वैदिक गणित, दिव्य ज्योति प्रकाशन, जयपुर, 1995

2.9 बाधे/अभ्यास प्रश्नों के उत्तर

1. श्रौत सूत्र
2. शुल्बसूत्र
3. पाइथागोरस सूत्र
4. c^2
5. समद्विभाजित
6. समकोण
7. बौधायन



ignou
THE PEOPLE'S
UNIVERSITY