इकाई 1 समुच्चय तथा समुच्चयों पर संक्रियाएँ*

संरचना

1.0 उद्देश्य

1.1 विषय-वस्तु

1.2 एक समुच्चय की अवधारणा (The Concept of a Set)

1.3 उपसमुच्चय, अधिसमुच्चय तथा घात समुच्चय (Subsets, Supersets and Power Sets)

1.3.1 उपसमुच्चय तथा अधिसमुच्चय (Subsets and Supersets)

1.3.2 घात समुच्चय (Power Sets)

1.4 समुच्चयों पर संक्रियाएँ (Operations on Sets)

1.4.1 समुच्चयों का सम्मिलन (योग) (Union of Sets)

1.4.2 समुच्चयों की उभयनिष्ठता (Intersection of Sets)

1.4.3 समुच्चयों का अंतर (Difference of Sets)

1.4.4 समुच्चय का विभक्तीकरण (Partition of a Set)

1.5 सार संक्षेप

1.6 बोध प्रश्नों के उत्तर/संकेत

1.0 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के पश्चात् हम निम्नलिखित संकल्पनाओं/विधियों से भली-भाँति अवगत हो जाएंगे :

- समुच्चय की परिभाषा से;
- उपसमुच्चय, अधिसमुच्चय तथा घात समुच्चय की संकल्पनाओं से;
- समुच्चयों की सम्मिलन, उभयनिष्ठता, अंतर इत्यादि संक्रियाओं से;
- समुच्चयों के माध्यम से अर्थशास्त्रीय विश्लेषण की विधियों से; तथा
- गणितीय अर्थशास्त्र में समुच्चयों की महत्त्वपूर्ण भूमिका से।

1.1 विषय-वस्तु

यह अनुभव किया गया है कि गणित में विकसित अवधारणाएँ, अर्थशास्त्र के सिद्धांतों की व्याख्या करने में तथा उनके विकास में अत्याधिक सुविधाजनक सिद्ध हुई हैं। अतः, इस इकाई में, हम उन आधारभूत अवधारणाओं का अध्ययन करेंगे जो अर्थशास्त्र के सिद्धांतों को समझने में तथा उनके विश्लेषण करने में हमारी सहायता करते हैं। मूलभूत गणितीय भाषा तथा उसके प्रस्तुतीकरण की विधि के अध्ययन से विचारों/संकल्पनाओं को सुगठित तथा विधिपूर्वक व्यक्त करने के तौर-तरीकों को भली-भाँति समझा जा सकता है। आगे होने वाली चर्चा में, हम पाठकों को समुच्चय की प्रारंभिक अवधारणा से अवगत करवाने का प्रयास करेंगे। समुच्चय गणितीय विश्लेषण में एक महत्त्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं। इस इकाई के अध्ययन के पश्चात् आप आगे की इकाइयों में आने वाली सामग्री को सरलतापूर्वक समझ सकेंगे। इस पाठ्यक्रम के शीर्षक में 'गणितीय विधियाँ' पद का प्रयोग किया गया है। आप शीघ्र ही देख पाएंगे कि इस प्रथम इकाई की विषय-वस्तु,

*श्री अनूप चटर्जी

इस पाठ्यक्रम में सम्मिलित की गई सभी गणितीय विधियों के लिए नींव के पत्थर के समान हैं। समुच्चयों के सिद्धांत गणित की भाषा तथा गणितीय शैली में सोचने का आधार है। आप यह भी देख सकेंगे कि अर्थशास्त्र के अन्य पाठ्यक्रमों में भी आप जिन अवधारणाओं/संकल्पनाओं का अध्ययन करेंगे, उनका भी गणित की भाषा में भाषांतरण किया जा सकता है। प्रारंभ में यह अमूर्त या गूढ़ प्रतीत हो सकता है तथापि यह अर्थशास्त्र की अवधारणाओं पर विचार करने में तथा उनके तार्किक विश्लेषण में आपने कौशल का विकास करने में लाभकारी होगा।

इस इकाई को निम्न रूप में व्यवस्थित किया गया है। अगले भाग में समुच्चय की संकल्पना पर व्यापक चर्चा की गई है। समुच्चय की परिभाषा देने के पश्चात्, इसे व्यक्त करने की विधियों के बारे में बताया गया है। हम देखेंगे कि वस्तुओं के एक सुपरिभाषित समूह को ही समुच्चय कहते हैं। इस भाग में यह भी बताया गया है कि दो समुच्चय समान कब होते हैं तथा कोई समुच्चय, दूसरे समुच्चय का उपसमुच्चय कब कहलाता है और इस संकल्पना के माध्यम से छोटे और बड़े संग्रहों पर विचार किया जा सकता है। उपसमुच्चय के साथ-साथ, अधिमुच्चय तथा घात समुच्चय की अवधारणाओं की भी चर्चा की गई है। अनुगामी भागों में समुच्चयों पर की जा सकने वाली संक्रियाओं पर भी चर्चा की गई है, जिनमें समुच्चयों का सम्मिलन, उनकी उभयनिष्ठता तथा अंतर प्रमुख हैं। साथ ही किसी समुच्चय के पूरक के बारे में बात की गई है। अंतिम भाग में किसी समुच्चय के विभक्तीकरण की अवधारणा के बारे में चर्चा की गई है तथा इसके कुछ व्यावहारिक उदाहरण भी दिए गए हैं। वस्तुतः, इस पूरे भाग में अनेक उदाहरण दिए गए हैं जिससे सभी अवधारणाओं को भली-भांति समझा जा सके।

1.2 समुच्चय की अवधारणा (The Concept of a Set)

समुच्चय की परिभाषा (Definition of Concept)

वस्तुओं के सुपरिभाषित समूह या संग्रह को समुच्चय कहते हैं। जैसे कि पुस्तकों का समुच्चय, व्यक्तियों का समुच्चय, संख्याओं का समुच्चय इत्यादि। हम किसी भी प्रकार की वस्तुओं के समुच्चय बना सकते हैं जैसे कि

- सम-संख्याओं का समुच्चय (2, 4, 6....);
- आपके पसंदीदा खाद्य पदार्थों का समुच्चय (डबल रोटी, चावल, दही, मिक्स्ड वेज़ीटेबल) अथवा आभूषण (सोने की चैन, कान की बालियाँ)।

हम और भी अनेक प्रकार के समुच्चयों की चर्चा कर सकते हैं जैसे कि किसी कंपनी के निदेशक मंडल (बोर्ड ऑफ डायरेक्टरस्) का समुच्चय, एक संस्था के न्यासियों (Trustee) का समुच्चय, एक फर्म के कर्मचारियों का समुच्चय, किसी निर्माता के आपूर्तिकर्ताओं का समुच्चय, किसी उत्पाद के उपभोक्ताओं का समुच्चय, किसी फर्म के विभिन्न खातों का समुच्चय। परंतु यह आवश्यक नहीं है कि समुच्चय केवल मूर्त्त वस्तुओं के ही होते हैं जैसा कि ऊपर दिए गए उदाहरणों में उल्लेख किया गया है। अमूर्त संकल्पनाओं के समुच्चय भी हो सकते हैं जैसे कि धनात्मक पूर्णांकों का समुच्चय, वास्तविक संख्याओं का समुच्चय इत्यादि। परंतु याद रहे कि समुच्चय वस्तुओं का सुपरिभाषित समूह होता

है। अर्थात् किसी भी दी हुई किसी भी वस्तु के संबंध में यह निश्चित रूप से कह सकते हैं कि वह वस्तु इस संग्रह समूह में है अथवा नहीं। उदाहरण के लिए, यदि हम अपने घर के 'आस-पास रहने वाले लंबे' व्यक्तियों के समूह लें तो यह समुच्चय नहीं होगा क्योंकि शब्द 'लंबे' और 'पास' के आधार पर यह तय करना कठिन है कि कोई व्यक्ति इस समूह में होगा या नहीं जब तक हम इन शब्दों को ठीक-ठीक परिभाषित न कर दें। प्रथानुसार, यह भी अपेक्षित है कि किसी भी समुच्चय के सदस्य अलग-अलग हों। अतः, जब हम किसी समुच्चय का वर्णन उसके सदस्यों को सूचीबद्ध करके करते हैं, तो यह ध्यान रखते हैं कि उसमें कोई दोहराव न हो अर्थात्, अगर कोई सदस्य समुच्चय में एक से अधिक बार आए तो एक ही बार लिखा जाता है।

समुच्चय के अवयव (Elements of a Set)

कोई वस्तु जब किसी समुच्चय में हो तो उसे उस समुच्चय का *अवयव* या *सदस्य* कहते हैं। अतः हम लिखते हैं कि ''a , इंगलिश वर्णमाला के समुच्चय का एक सदस्य है'' या ''3, सम-संख्याओं के समुच्चय का अवयव नहीं है''। समुच्चयों को लिखने के लिए हम इसके अवयवों को मध्यम कोष्ठकों के मध्य में अल्पविराम के माध्यम से अलग करके सूचीबद्ध करते हैं। उदाहरणार्थ, सम-संख्याओं के समुच्चय को हम {2, 4, 6, 8, 10,…} से निरूपित किया जा सकता है। ध्यान दें कि इस समुच्चय के अंत में अंकित बिंदु इस तथ्य को दर्शाते हैं कि यह समुच्चय अनंत तक जाता है।

एक समुच्चय के अवयवों की संख्या कुछ भी हो सकती है। उदाहरण के लिए, अंग्रेज़ी वर्णमाला के अक्षरों के समुच्चय {a, b, c, d, e,…} में 26 अवयव होते हैं जबकि स्वर वर्णों (vowels) के समुच्चय {a, e, i, o, u} में 5 अवयव होते हैं।

समुच्चय की गणनीयता/गणनसंख्यात्मकता (Cardinality of a Set)

एक समुच्चय के अवयवों की संख्या परिमित अथवा अपरिमित हो सकती है। किसी फर्म के कर्मचारियों का समुच्चय किसी निर्माता के समायोजकों/संभरणकर्ताओं का समुच्चय तथा व्यापार की दुनिया से इसी प्रकार के अन्य उदाहरण परिमित समुच्चयों के उदाहरण हैं क्योंकि हम इन समुच्चयों के अवयवों की किसी न किसी क्रम में गिनती कर सकते हैं। इसके लिए हम इसके अवयवों को एक-एक करके तब तक गिनते हैं जब तक अंतिम अवयव न मिल जाए। दूसरी ओर, धनात्मक पूर्णांकों का समुच्चय {1, 2, 3,...} अनंत है क्योंकि गणन की प्रक्रिया कभी समाप्त नहीं होगी। व्यापार से संबंधित कुछ व्यावहारिक समस्याओं में अनंत समुच्चय भी आ सकते हैं। किसी समुच्चय के अवयवों की संख्या को उस समुच्चय की गणनीयता कहते हैं। यदि किसी समुच्चय A में n अवयव हों तो समुच्चय A की गणनीयता A होगी। किसी समुच्चय A की गणनीयता को $|A|$ से भी व्यक्त करते हैं। अतः, यदि A अंग्रेज़ी वर्णमाला के अक्षरों का समुच्चय है, तो $|A| = 26$ होगा। यदि अंग्रेज़ी वर्णमाला के स्वर वर्णों का समुच्चय है तो इसकी गणनीयता 5 होगी, अर्थात् $|X| = 5$ होगा।

अंकन पद्धति (Notations)

1) समुच्चयों को सामान्यतः अंग्रेज़ी वर्णमाला के बड़े अक्षरों अर्थात् $A, B, C, \ldots$ इत्यादि से व्यक्त किया जाता है।

2) किसी समुच्चय के अवयवों को सामान्यतः अंग्रेज़ी वर्णमाला के छोटे अक्षरों अर्थात् $a, b, c, \ldots$ इत्यादि से व्यक्त किया जाता है। यदि X एक समुच्चय है और x समुच्चय X का एक अवययव है तो हम इसे $x \in X$ के रूप में लिखते हैं अर्थात x समुच्चय X में है या x समुच्चय X का एक सदस्य है।

3) यदि X एक समुच्चय है तथा y, समुच्चय X का अवयव नहीं है तो इसे $y \notin X$ के रूप में लिखा जाता है अर्थात् y समुच्चय X में नहीं है या y समुच्चय X का सदस्य नहीं है।

हम समुच्चयों और उनके अवयवों को व्यक्त करने की इसी सामान्य प्रथा का अनुपालन करेंगे। अर्थात् समुच्चयों को बड़े अक्षरों तथा उनके अवयवों को छोटे अक्षरों से व्यक्त करेंगे। मान लीजिए J मेगा इंटरनेशनल लिमिटेड के निदेशक मंडल के सदस्यों का समुच्चय है और x की सुमंत को निरूपित करता है, तो $x \in J$ का अर्थ है कि श्री सुमंत मेगा इंटरनेशनल लिमिटेड के निदेशक मंडल का सदस्य हैं तथा $x \notin J$ का अर्थ है कि वे इस कंपनी निदेशक के निदेशक मंडल का सदस्य नहीं है।

समुच्चयों का निरूपण (Specifying a Set)

हमने अब तक की चर्चा में यह उल्लेख किया है कि किसी समुच्चय को इसके अवयवों तथा गणनीयता के पदों में किस प्रकार परिभाषित किया जा सकता है। हम समुच्च्य के सदस्यों को अर्धविरामों द्वारा पृथक् करते हुए उनकी सूची बनाते हैं और उस सूची को इन कोष्ठक { } चिन्हों से आवृत्त कर देते हैं। हमने देखा कि किसी समुच्चय को उसके अवयवों को सूचीबद्ध करके लिखा जा सकता है। इस विधि में किसी समुच्चय के निरूपण को समुच्चय का रोस्टर या सारणीबद्ध रूप कहते हैं। रोस्टर रूप में हम समुच्चय के अवयवों को मध्यम कोष्ठकों में सूचीबद्ध करते हैं। इस विधि में हम केवल समुच्चय के अवयवों की सूची बनाते हैं, इस सूची में अवयवों का क्रम कोई महत्त्व नहीं रखता। उदाहरण के लिए, हम कोष्ठकों में अवयवों का क्रम a, e, i, o, u हो अथवा $u, a, o, e, i,$ इससे कोई अंतर नहीं पड़ता।

उदाहरण 1 : मान लीजिए कि P एक कंपनी द्वारा निर्मित उत्पादों a, b, c, d, e और f का एक समुच्चय है। रोस्टर विधि के अनुसार, इस समुच्चय को

$$P = \{a, b, c, d, e, f\}$$

के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

उदाहरण : समुच्चय $\{x \mid x$ शब्द 'stock' में प्रयुक्त अक्षर है$\}$ को इस प्रकार पढ़ा जाता है– ''ऐसे सभी अक्षरों x का समुच्चय जिसका प्रयोग शब्द 'stock' लिखने में हुआ है। इस समुच्चय को इसके अवयवों को सूचीबद्ध करके {s, t, o, c, k} के रूप में भी व्यक्त किया जाता है।

परंतु इस विधि से किसी समुच्चय का निरूपण सदैव सरल नहीं होता। विशेष तौर पर तब जब समुच्चय में अवयवों की संख्या बहुत अधिक अथवा अपरिमित हो। जैसे कि प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय के सभी अवयवों को इस विधि से पूर्णतया निरूपित करना कठिन है। अतः, बहुधा किसी समुच्चय को व्यक्त करने की अन्य विधि का प्रयोग भी हमें करना पड़ता है जिसको समुच्चय निर्माण विधि के नाम से जाना जाता है।

इस विधि में समुच्चय का कोई व्यापक/सामान्य अवयव लिया जाता है, उसके आगे (:) अथवा "|" का चिन्ह लगाया जाता है और इसके पश्चात् उस अवयव के मूलभूत गुण अथवा विशेषता का वर्णन किया जाता है। चिन्ह ':' या "|" ।

अर्थशास्त्र में हम समुच्चयों को निरूपित करने की इस विधि का प्रयोग अक्सर करेंगे। समुच्चय निर्माण विधि के अंतर्गत कोष्ठक में उस नियम या प्रतिबंध का वर्णन किया जाता है जिसके आधार पर यह तय किया जा सके कि कोई दी हुई वस्तु इस समुच्चय का अवयव है या नहीं।

इस विधि में समुच्चय का कोई व्यापक/सामान्य अवयव लिया जाता है, जिसका प्रतीक (अथवा y, z आदि) से व्यक्त किया जाता है। यह प्रतीक समुच्चय के सभी अवयवों को निरूपित करता है। इस प्रतीक के पश्चात् हम चिन्ह ':' अथवा "|" का प्रयोग करते हैं जिसका अर्थ 'जहाँ' होता है। तत्पश्चात् समुच्चय के अवयवों के विशिष्ट गुणधर्म लिखकर, इस पूरे कथन को मध्यम कोष्ठक { } के भीतर लिखा जाता है।

उदाहरण 2 : आइये, अब हम ऊपर लिए गए एक कंपनी द्वार निर्मित सभी उत्पादों के समुच्चय P को समुच्चय निर्माण विधि से निरूपित करें। इस समुच्चय को इस प्रकार निरूपित किया जा सकता है :

$$P = \{x \mid x \text{ कंपनी } R \text{ द्वारा निर्मित एक उत्पाद है}\}$$

इस कोष्ठक में दिए संपूर्ण कथन को हम इस प्रकार पढ़ते हैं :

ऐसे x का समुच्च्य जहाँ x कंपनी R द्वारा निर्मित एक उत्पाद है।

जैसा कि ऊपर बताया गया x, समुच्चय P के किसी भी अवयव को निरूपित करता है। अतः, अब जो भी वस्तु यहाँ है, दिए हुए अपेक्षित गुण को संतुष्ट करेगी, केवल वही इस समुच्चय P का सदस्य/अवयव होगी, अन्य कोई वस्तु नहीं।

कुछ विशिष्ट समुच्चय (Examples of Sets)

1) $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$, प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय

2) $\mathbb{Z} = \{0, -1, +1, -2, +2, \ldots\}$, पूर्णांकों का समुच्चय

3) $\mathbb{Q} = \{p/q : p, q \in Z\}$, परिमेय संख्याओं का समुच्चय

धनात्मक परिमेय संख्याओं का समुच्चय, $\mathbb{Q}^+ = \{r \in \mathbb{Q} : r > 0\}$

4) वास्तविक संख्याओं का समुच्चय $R = \{x : x \text{ एक वास्तविक संख्या है}\}$

धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

$$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$$

5) सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय

$$C = \{x : x + ib, a, b \in R\},$$

$X = \{A, B, C, \ldots\}$, यदि हम यह आग्रहपूर्वक कहना चाहते हैं कि समुच्चय x के अवयव स्वयं भी समुच्च्य हैं तो हम लिखेंगे :

$X = \{A, B, C, \ldots\}$, जहाँ $A, B, C, \ldots$, उपसमुच्च्य हैं।

ये कुछ ऐसे विशेष समुच्चयय है जिनका प्रयोग करने की आवश्यकता गणित में बार-बार पड़ती है। इनको निरूपित करने वाले प्रतीक N, Z, Q, Q^+, R, R^+, C विशिष्ट मानक प्रतीक है। हम इन प्रतीकों का प्रयोग इन्हीं विशिष्ट समुच्चयों के लिए सुरक्षित रखेंगे।

रिक्त समुच्चय (Empty Set)

एक ऐसा समुच्चय जिसमें एक भी अवयव नहीं होता, ***रिक्त समुच्चय*** कहलाता है। इसे *प्रतीक* ϕ अथवा से { } व्यक्त करते हैं।

उदाहरण के लिए, $A = \{x : x \in N,\ 2 < x < 3\}$ एक रिक्त समुच्चय है क्योंकि ऐसा कोई भी प्राकृतिक संख्या नहीं होती जो 2 और 3 के बीच में हो अर्थात् जो दिए हुए गुण को संतुष्ट करें। अतः, हम लिख सकते हैं कि $A = \emptyset$ या $A = \{\}$. स्वाभाविक रूप से, रिक्त समुच्चय की गणनीयता शून्य होती है अर्थात् $|\emptyset| = 0$.

ध्यान दें कि $B = \{0\}$, रिक्त समुच्चय नहीं है क्योंकि इसमें एक अवयव 0 है।

टिप्पणी :

1) यदि x किसी समुच्चय A का अवयव है तो हम इसे सांकेतिक रूप में $x \in A$ से व्यक्त करते हैं। यदि b समुच्चय A का अवयव नहीं है तो इसे $b \{\notin\}$ A से व्यक्त किया जाता है।

2) किसी समुच्चय के अवयव, समुच्चय भी हो सकते हैं।

उदाहरण के लिए, यदि A, B, C समुच्चय हैं, तो इनका संग्रह $x = \{A, B, C\}$ भी एक समुच्चय होगा जिसके अवयव समुच्चय A, B तथा C हैं। अर्थात् $A \in X,\ B \in X, C \in X$.

आइये, अब हम दो दिए हुए समुच्चयों के बीच संबंधों के बारे में कुछ चर्चा करें। इस भाग में हम समुच्चयों के मध्य केवल दो प्रकार के संबंधों की जानकारी लेंगे, दो समुच्चय समान कब होते है, तथा किसी समुच्चय का एक पूरक समुच्चय क्या होता है।

समान समुच्चय (Equality of Sets)

दो समुच्चय समान होते हैं यदि उनके अवयव समान हों। यदि $A = \{1,2,3,5\}$ है और $B = \{1,2,3,5\}$ तो $A = B$ होता है अर्थात् A और B के अवयव समान हैं। जैसा कि हम पहले यह चुके हैं कि किसी समुच्चय में अवयवों को लिखने का कुछ महत्त्व नहीं रखता, इसलिए यदि $A = \{m, n, p\}$ है और $B = \{n, p, m\}$, तो भी $A = B$ होगा।

उदाहरण 3 : यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ है और $B = \{x \mid x$ एक धनात्मक पूर्णांक है तथा $x^2 < 25\}$ है तो $A = B$ होगा।

बोध प्रश्न 1

1) निम्नलिखित समुच्चयों को समुच्चय निर्माण रूप में लिखें :
   क) 43 से बड़ी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय
   ख) 18 से बड़ी परंतु 57 से छोटी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) यदि समुच्चय $A = \{2,4,6\}$, $B = \{7,2,6\}$, $C = \{4,2,6\}$ और $D = \{2,4\}$ है, तो नीचे दिए कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं?

   (क) $A = D$ (ख) $6 \in C$ (ग) $\phi \in C$ (घ) $C = A$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 उपसमुच्चय, अधिसमुच्चय तथा घात समुच्चय (Subsets, Supersets and Power Sets)

इस भाग में हम उन समुच्चयों की चर्चा करेंगे जो अन्य किसी समुच्चय में अंतर्विष्ट हैं। उपसमुच्चय, अधिसमुच्चय तथा घात उपसमुच्चय जैसी महत्त्वपूर्ण की अवधारणाएँ इस खंड की विषय-वस्तु है। हम यहाँ यह भी समझने का प्रयास करेंगे कि इन उप-समुच्च्यों के संयोजनों से हम विभिन्न समुच्च्यों के बीच संबंधों को निरूपण किस प्रकार करते हैं?

1.3.1 उपसमुच्चय तथा अधिसमुच्चय (Subsets and Supersets)

माना $A = \{1,2,3\}$ और $B = \{1,2,3,5,7\}$ है। हम देखते हैं कि समुच्चय A का प्रत्येक अवयव, समुच्चय B का भी अवयव है। अर्थात् $x \in A \Rightarrow x \in B$. ऐसी स्थिति में हम कहते हैं कि समुच्चय A, समुच्चय B का उपसमुच्चय है तथा सांकेतिक रूप में इसे $A \subseteq B$ से व्यक्त करते हैं। अतः, समुच्चय A समुच्चय B का उपसमुच्चय कहलाता है यदि A का प्रत्येक अवयव, B का भी अवयव हो।

यदि A, B का उपसमुच्चय है तो B, A का अधिसमुच्चय कहलाता है। इसे सांकेतिक रूप में $B \supseteq A$ से व्यक्त किया जाता है।

टिप्पणी :

1) ऊपर की परिभाषा से हम देख सकते हैं कि –

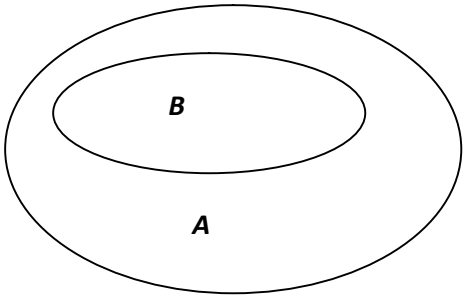
   प्रत्येक समुच्चय अपना उपसमुच्चय होता है। अर्थात् $A \subset A$ है। हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि रिक्त समुच्चय ϕ प्रत्येक समुच्चय का उपसमुच्चय होता है। क्योंकि रिक्त समुच्चय ϕ में कोई अवयव नहीं होता,

2) यदि $A \subset B$ है, तो हमें यह तो निश्चित रूप से कह सकते हैं कि A का प्रत्येक अवयव B में होगा। परंतु B के अवयवों के बारे में निश्चित रूप से कुछ नहीं कहा जा सकता। B के सभी अवयव A के भी अवयव हों, यह आवश्यक नहीं है। यदि B के सभी अवयव, A के भी अवयव हों तो B भी A का उपसमुच्चय हो जाएगा, अर्थात् $B \subset A$ होगा। इस स्थिति में A और B समान समुच्चय हो जाएंगे। अर्थात्,

   $$A \subset B \text{ तथा } B \subset A \Leftrightarrow A = B \ldots\ldots\ldots\

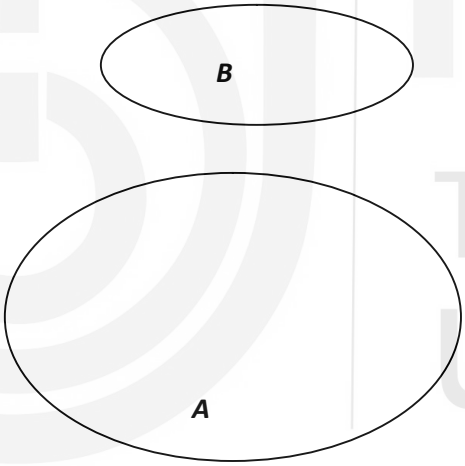
उदाहरण 4 : मान लीजिए Q, भारत की सभी कंपनियों के सभी प्रबंध निदेशकों का समुच्चय हैं तथा P रैनबैक्सी लिमिटेड में प्रबंध निदेशकों का समुच्चय है। इस स्थिति में P, Q का उचित उपसमुच्चय है। इसे हमें $P \subset Q$ से व्यक्त कर सकते हैं।

उपसमुच्चय की संकल्पना को चित्र के माध्यम से भी दर्शाया जा सकता है जैसा कि नीचे दिए गए रेखाचित्र में किया गया है।



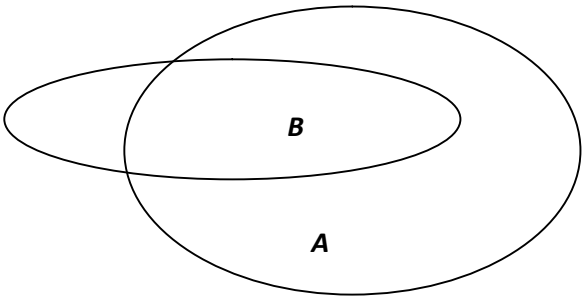
रेखाचित्र 1.1

इन रेखाचित्रों को वेन आरेख कहते हैं। रेखाचित्र 1.1 में, समुच्चय B पूरी तरह समुच्चय A के भीतर है। अतः, $B \subset A$ होगा



रेखाचित्र 1.2

रेखाचित्र 1.2, दो ऐसे समुच्चयों A और B को दर्शाता है जिनमें कोई भी उभयनिष्ठ अवयव नहीं है अर्थात् $(A \cap B = \phi)$। अतः हम कह सकते हैं कि $A \not\subset B$ और $B \not\subset A$ ।
रेखाचित्र 1.3 में



रेखाचित्र 1.3

दो ऐसे समुच्चय दर्शाए गए हैं जिनमें कुछ अवयव तो उभयनिष्ठ हो सकते हैं परंतु न A, B का उपसमुच्चय है न B, A का।

सार्वत्रिक समुच्चय (Universal Set)

हमें बहुधा ऐसे समुच्चयों पर विचार करना पड़ता है तो किसी एक ही समुच्चय के उपसमुच्च होते हैं। वह आधारभूत समुच्चय सार्वत्रिक समुच्चय कहलाता है। उदाहरण के लिए, यदि हम किसी विशेष संदर्भ में केवल प्राकृतिक संख्याओं के उपसमुच्चयों पर विचार कर रहे हैं जैसे कि

सभी सम प्राकृत संख्याओं का समुच्चय = A = {2, 4, 6, 8, …}

सभी विषम प्राकृत संख्याओं का समुच्चय = B = {1, 3, 5, 7, …}

3 से विभाजित होने वाली सभी प्राकृत संख्याओं का समुच्चय = {3, 6, 9, 12, …} इत्यादि। इस विशेष संदर्भ में प्राकृत संख्याओं का समुच्चय = N = {1, 2, 3,….} समुच्चयों A, B, C के लिए सार्वत्रिक समुच्चय कहलाता है। क्योंकि यहाँ जो समुच्चय प्रासंगिक है वे सभी N के उपसमुच्चय है।

1.3.2 घात समुच्चय (Power Sets)

मान लीजिए $X = \{2, 3\}$ है। आइये, इसके सभी संभव उपसमुच्चयों पर विचार करें। X के उपसमुच्चय हैं :{2}, {3}, {2, 3} और ϕ (अर्थात्, रिक्त समुच्चय)। समुच्चय $\{\phi, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$ को X का घात समुच्चय कहते हैं। अतः, किसी समुच्चय X का घात समुच्चय उसके सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय होता है। इसे $\mathcal{P}(X)$ द्वारा व्यक्त किया जाता है। इस परिभाषा के अनुसार,

$$\mathcal{P}(X) = \{A : A \subset X\}$$

ऊपर दी गई परिभाषाओं के आधार पर हम निम्नलिखित कथनों को सिद्ध कर सकते हैं। यदि A और B कोई भी समुच्चय हैं तो

1) $A = B$ यदि $A \subset B$ और $B \subset A$

2) $A \subset A$ तथा $\phi \subset A$

3) $A \in \mathcal{P}(A)$ तथा $\phi \in \mathcal{P}(A)$

4) $\mathcal{P}(\phi) = \{\phi\}$ होता है। अतः $\mathcal{P}(\phi)$ रिक्त समुच्चय नहीं होता। इसमें एक और केवल एक अवयव ϕ होता है

हम किसी भी दिए हुए समुच्चय के सभी संभव उपसमुच्चय तथा उनकी संख्या सरलतापूर्वक ज्ञात कर सकते हैं। उदाहरण के लिए, यदि हम एक समुच्चय $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ लें तो इसके सभी उपसमुच्चय इस प्रकार ज्ञात किए जा सकते हैं :

i) $A_0 = \{1,3,5,7,9\}$ (उपसमुच्चय की परिभाषा से A अपना उपसमुच्चय है)

ii) $A_{11} = \{1\}, A_{12} = \{3\}, A_{13} = \{5\}, A_{14} = \{7\}, A_{15} = \{9\}$

iii) $A_{21} = \{1,3\}, A_{22} = \{1,5\}, A_{23} = \{1,7\}, A_{24} = \{1,9\}, A_{25} = \{3,5\}, A_{26} = \{3,7\}$

$A_{27} = \{3,9\}, A_{28} = \{5,7\}, A_{29} = \{5,9\}, A_{20} = \{7,9\}$

iv) $A_{31} = \{1,3,5\}, A_{32} = \{1,3,7\}, A_{33} = \{1,3,9\}, A_{34} = \{1,5,7\},$

$A_{35} = \{1,5,9\}, A_{36} = \{1,7,9\}\ A_{37} = \{3,5,7\}, A_{38} = \{3,5,9\},$

$A_{39} = \{3,7,9\}, A_{30} = \{5,7,9\}$

v) $A_{41} = \{1,3,5,7\}, A_{42} = \{1,3,5,9\}, A_{43} = \{1,3,7,9\}, A_{44} = \{1,5,7,9\},$
$A_{45} = \{3,5,7,9\}$

vi) $\Phi = \{\ \}$.

जब हम इन सभी उपसमुच्चयों की गणना करते हैं, तो पाते हैं कि इनकी संख्या 32 है। व्यापक रूप में $32 = 2^5$ अतः n अवयवों वाले किसी भी समुच्चय के उपसमुच्चयों की कुल संख्या 2^n होती है।

उदाहरण 5 : यदि A = {h, I, j, k, l} है तो इसके भी $2^5 = 32$. उपसमुच्चय होंगे। इनमें से कुछ नीचे दिए हैं

X = {I, j, l}⊂A

Y = {h, l} ⊂ A

Z = {I, j} ⊂A

हम देख सकते हैं कि Z, X का भी उपसमुच्चय है। अर्थात् Z⊂X

ध्यान दें कि X, Y, Z सभी P(A) के अवयव हैं। अर्थात् X P(A)[Y P (A), Z [(A) विद्यार्थियों से अनुरोध है कि P(X) के सभी अवयवों को सूचीबद्ध करें।

बोध प्रश्न 2

1) समुच्चय {a, b, c}के सभी उपसमुच्चय ज्ञात करें। इनकी संख्या क्या होगी?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) नीचे दिए समुच्चयों में $(\subseteq, \subset, =)$ के आधार पर यदि कोई संबंध, हो तो, उसे ज्ञात कीजिए :

$$A = \{x: 0 \leq x \leq 1\}$$

$$B = \{x: 0 < x < 1\}$$

$$C = \{x: 0 \leq x < 1\}$$

$$D = \{x: 0 \leq x^2 \leq 1\}$$

.....

.....

.....

.....

.....

3) किसी उपसमुच्चय के घात समुच्चय की संकल्पना की व्याख्या कीजिए।

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 समुच्चयों पर संक्रियाएँ (Operations on Sets)

साधारण अंकगणित तथा बीजगणित में, चार सामान्य संक्रियाएँ हैं, जिन्हें अंकों/व्यंजकों पर किया जा सकता है, वे हैं : योग, व्यवकलन, गुणनफल तथा विभाजन। इसी प्रकार, समुच्चयों पर मुख्यतः दो संक्रियाएँ की जा सकती हैं। ये हैं समुच्च्य सम्मिलन तथा समुच्च्यों की उभयनिष्ठता। इस खंड में हम इन संक्रियाओं के बारे में पढ़ेंगे।

1.4.1 समुच्चयों का सम्मिलन (Union of Sets)

दो समुच्चयों A और B का सम्मिलन, जिसे $A \cup B$ से व्यक्त किया जाता है, एक ऐसा समुच्चय C होता है जिसमें A के सभी अवयवों के साथ-साथ B के भी सभी अवयव है। वे अवयव जो A और B दोनों में उभयनिष्ठ हों, वे $A \cup B$ केवल एक बार लिखे जाते हैं :

सांकेतिक रूप में, $C = A \cup B = \{x \mid x \in A$ अथवा $x \in B\}$

उदाहरण 6 : $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$B = \{5, 7, 9, 11, 13\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

ध्यान दें कि $A \cup B$ को लिखने के हमने मात्र A और B के सभी अवयवों को सूचीबद्ध किया है और ''5'' को, जो कि A और B दोनों में है, केवल एक बार लिखा है।

उदाहरण 7 : यदि A= चार्ल्स डिकेंस द्वारा लिखी गई सभी पुस्तकों का समुच्चय तथा

B= मार्क ट्वेन द्वारा लिखी गई सभी पुस्तकों का समुच्चय है। अतः,

$A \cup B$ = उन पुस्तकों का समुच्चय होगा जो या तो चार्ल्स डिकेंस द्वारा लिखी गई हों या मार्क ट्वेन द्वारा।

उदाहरण 8 : मान लीलिए A = {1, 2, 3, 4} तथा B = {3, 4, 7, 8}है। अतः A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 7, 8}. ध्यान दें कि समुच्चय में हमने अवयवों 3 और 4 को केवल एक ही बार लिखा है यद्यपि ये दोनों A और B दोनों समुच्चयों के अवयव थे।

1.4.2 समुच्चयों की उभयनिष्ठता (Intersection of Sets)

दो समुच्चयों A और B का उभयनिष्ठ समुच्च्य C, जिसे $A \cap B$ से व्यक्त किया जाता है, उन सभी अवयवों का समुच्चय होता है जो A और B दोनों में उपस्थित हैं।

सांकेतिक भाषा में,

$$C = A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ और } x \in B\}$$

उदाहरण 9 : मान लीजिए –

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ तथा $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ है।

3 और 5 A और B के उभयनिष्ठ अवयव हैं।

अतः $A \cap B = \{3, 5\}$ होगा।

उदाहरण 10 : यदि A = अंग्रेज़ी वर्णमाला के अक्षरों का समुच्चय है, तथा

B = अंग्रेज़ी वर्णमाला के स्वरों का समुच्चय है।

तो $A \cap B$ = अंग्रेज़ी वर्णमाला के स्वरों का समुच्चय होगा।

उदाहरण 11 : मान लीजिए

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ तथा $B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$

है। हम देख सकते हैं कि A और B में कोई भी उभयनिष्ठ अवयव नहीं है। अतः $A \cap B$ में कोई भी अवयव नहीं होगा। अर्थात् $A \cap B = \varnothing$.

इसी प्रकार, हम दो से अधिक समुच्चयों का उभयनिष्ठ भी ज्ञात कर सकते हैं। यदि A, B और C तीन समुच्चय हैं, तो $A \cap B \cap C$ उन अवयवों का समुच्चय होगा जो तीनों समुच्चयों A, B और C में उपस्थित हों।

उदाहरण 12 : यदि A = {m, n, o, p}, B = {m, o, p, q} तथा C = {n, q, r} है, तो A $\cap$ B $\cap$ C = $\emptyset$ होगा क्योंकि A, B और C कोई भी अवयव उभयनिष्ठ नहीं है।

उदाहरण 13 : मान लीजिए A = {1, 2, 4, 7, 9, 11}; B = {2, 7, 9, 11, 17, 19}; C = {0, 2, 5, 7, 19, 24}तथा D = {2, 7, 9} हैं अतः A $\cap$ B $\cap$ C $\cap$ D = {2, 7}होगा।

उदाहरण 14 : मान लीजिए A = $\{x \mid x \in R$ तथा $0 \le x \le 7\}$, B= $\{x \mid x \in R$ और $3 \le x \le 9$ है। अतः A $\cap$ B=$\{x \mid x \in R$ और $3 \le x \le 7\}$ होगा।

असंयुक्त समुच्चय (Disjoint Sets)

दो समुच्चय A और B असंयुक्त कहलाते हैं यदि $A \cap B = \phi$ हो, अर्थात्, A और B में कोई भी उभयनिष्ठ अवयव न हो।

1.4.3 समुच्चयों का अंतर (Difference of Sets)

दो समुच्चयों A और B का अंतर, जिसे A/B अथवा $A - B$ से व्यक्त किया जाता है, उन अवयवों का समुच्चय है जो A में है किंतु B में नहीं हैं। सांकेतिक भाषा में,

$$A - B = \{x : x \in A \text{ और } x \notin B\}$$

उदाहरण 15 : यदि A= {1, 2, 3, 4, 5) तथा B = {4, 5, 6,7} है तो $A - B$ = {1, 2, 3} होगा क्योंकि केवल 1, 2 और 3 ही समुच्चय A के वे अवयव हैं, जो B में उपस्थित नहीं हैं। अतः उन्हें $A - B$ में सम्मिलित नहीं किया गया।

इसी प्रकार, $B - A$ = {6, 7} है।

किसी समुच्चय का पूरक : हमने पीछे सार्वत्रिक समुच्च्य की संकल्पना की व्याख्या की थी।

यदि U एक सार्वत्रिक समुच्च्य है तथा A उसका एक उपसमुच्च्य है तो A का पूरक U के उन अवयवों का समुच्च्य है जो A में नहीं है। A के पूरक को A' से व्यक्त किया जाता है। स्पष्ट है कि A' = U – A होगा।

अतः A' = U – A = $\{x \in U \mid x \notin A\}$

उदाहरण के लिए, यदि U= प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है तथा E= सम प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय, तो हम देख सकते हैं कि $A \subset U$, अतः A का पूरक A' = U – A, विषम प्राकृत संख्याओं का समुच्चय होगा।

उदाहरण 16 : यदि A = { m, n, o, p }, B = { m, o, p, q }, C = { m, p, r } है तथा सार्वत्रिक समुच्चय E = { k, l, m, n, o, p, q, r, s } है, तो

a) $A \cup B = \{ m, n, o, p, q \}$

b) $A \cup C = \{ m, n, o, p, r \}$

c) $B \cup C = \{m, o, p, q, r \}$

d) $A \cup B \cup C = \{m, n, o, p, q, r \}$

e) $(A \cup B)' = \{k, l, r, s \}$ U के ऐसे अवयवों का समुच्चय है जो $A \cup B$ में नहीं हैं।

इसी प्रकार, हम देख सकते हैं कि

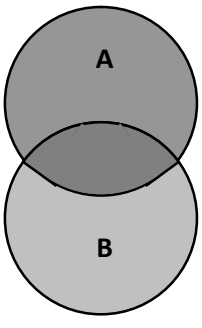
$(A \cup C)' = \{k, l, q, s \}$

$(B \cup C)' = \{k, l, n, s \}$

$(A \cup B \cup C)' = \{k, l, s \}$

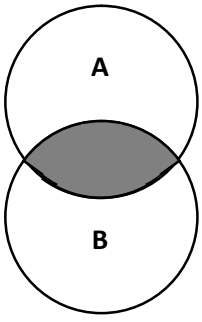
समुच्चयों पर संक्रियाएँ – सम्मिलन, उभयनिष्ठ, अंतर तथा पूरक – वेन आरेखों के माध्यम से भली-भाँति निरूपित की जा सकती है। नीचे दिए रेखाचित्रों को देखें। इन रेखाचित्रों में दो समुच्चयों A और B पर विभिन्न संक्रियाओं को निरूपित किया गया है। रेखाचित्र 1.4 में समुच्चयों A और B का सम्मिलन, $A \cup B$ निरूपित किया गया है जबकि रेखाचित्र 1.5 में A और B का उभयनिष्ठ, $A \cap B$ । इसी प्रकार रेखाचित्र 1.6 में $A - B$ तथा रेखाचित्र 1.7 में A' को निरूपित किया गया है। प्रत्येक रेखाचित्र में संगत संक्रिया के फलस्वरूप प्राप्त होने वाले क्षेत्र का छायांकित किया गया है। रेखाचित्र में सार्वत्रिक समुच्चय को एक आयत/वर्ग से निरूपित किया गया है।

सम्मिलन



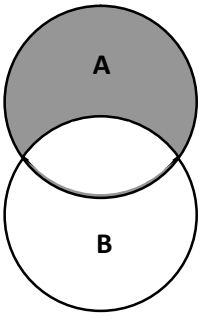
रेखाचित्र 1.4

उभयनिष्ठ



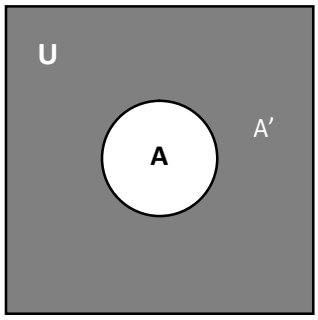
रेखाचित्र 1.5

अंतर



रेखाचित्र 1.6

पूरक



रेखाचित्र 1.7

अब हम इन संक्रियाओं से संबंधित कुछ आधारभूत संबंधों का उल्लेख करेंगे।

नीचे दिए नियम या गुणधर्म सरलतापूर्वक सिद्ध किए जा सकते हैं परंतु हमने इनकी उत्पत्ति यहाँ नहीं दी है क्योंकि यह इस पाठ्यक्रम की परिधि से बाहर है।

क्रम विनिमय, साहचर्य तथा बंटन/वितरण नियम (Commutativity, Associativity, Distributivity)

1) समुच्चयों का सम्मिलन तथा उभयनिष्ठ क्रम विनिमय तथा साहचर्य गुणों का पालन करते हैं :

(i) $A \cup B = B \cup A, (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(ii) $A \cap B = B \cap A, (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

2) समुच्चयों का सम्मिलन उनके उभयनिष्ठ पर तथा उनका उभयनिष्ठ, सम्मिलन पर वितरित होता है :

(i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

3) डी मॉरगन के नियम

डी मॉरगन के नियमों के अनुसार दो समुच्चयों के सम्मिलन का पूरक उनके पूरकों का उभयनिष्ठ होता है। इसी प्रकार दो समुच्चयों के उभयनिष्ठ का पूरक उनके पूरकों का सम्मिलन होता है। सांकेतिक भाषा में इन नियमों को इस प्रकार से लिखा जा सकता है :

$$C/(A \cup B) = (C/A) \cap (C/B)$$

तथा $C/(A \cap B) = (C/A) \cup (C/B)$

1.4.4 समुच्चय का विभक्तीकरण (Partition of a Set)

किसी दिए हुए समुच्चय U का विभक्तीकरण, उसके परस्पर असंयुक्त उपसमुच्चयों का ऐसा संग्रह है जिनका सम्मिलन U हो। मान लीजिए $X_i, i = 1,2,\ldots,n$, U के n उपसमुच्चय हैं जो निम्नलिखित गुणों को संतुष्ट करते हैं :

i) $X_i \cap X_j = \emptyset,\ i, j = 1, 2, \ldots, n,\ i \neq j$

अर्थात् कोई भी दो भिन्न समुच्चय X_i और X_j परस्पर असंयुक्त हैं, तथा

ii) $X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup \ldots \cup X_n = U$

अर्थात् $X_1,\ X_2,\ X_3, \ldots, X_n$ के सम्मिलन से हमें समुच्चय U प्राप्त होता है।

ध्यान देने योग्य बिंदु यह है कि यदि $X_1,\ X_2,\ X_3, \ldots, X_n$ U के विभक्तीकरण है और U का प्रत्येक अवयव एक और केवल एक X_i में होगा। आइए, हम इस उपसमुच्च्य समूह को S द्वारा व्यक्त करें तो इनका सम्मिलन $\bigcup_{i=1}^{n} X_i$ द्वारा दिखाया जा सकता है।

किसी समुच्चय U के विभक्तीकरण को हम निम्नरूप में भी लिख सकते हैं।

उदाहरण : समुच्चय U = {1,2,3,4,5,6} के लिए X_1 = {1,2}, X_2 = {3,5,6}, X_3 = {4}

एक विभक्तीकरण है क्योंकि

$X_1 \cap X_2 = X_2 \cap X_3 = X_1 \cap X_3 = \emptyset$ है,

तथा $X_1 \cup X_2 \cup X_3 = \cup$ है

व्यावहारिक उदाहरणों में हम देख सकते हैं कि

i) किसी देश के राज्यों का समूह देश का एक विभक्तीकरण है

ii) किसी महाद्वीप के अंतर्गत आने वाले देशों का समूह, उस महाद्वीप का एक विभक्तीकरण है।

टिप्पणी : एक समुच्चय ∪ के अनेक विभक्तीकरण हो सकते हैं।

बोध प्रश्न 3

1) मान लीजिए कि A शब्द 'trivial' में प्रयुक्त अक्षरों का समुच्चय है तथा B शब्द 'difficult' में प्रयुक्त अक्षरों का समुच्चय है। $A \cup B$ तथा $A \cap B$ ज्ञात कीजिए

.....

.....

.....

.....

.....

2) यदि $X = Y$ है तो दर्शाइए की $X - Y = Y - X = \emptyset$ है।

.....

.....

.....

.....

3) मान लीजिए कि समुच्चय $C = \{(x_1, x_2): x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$ एक उपभोक्ता के उपभोग को व्यक्त करता है तथा समुच्चय $B = \{(x_1, x_2): p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\}$ उसके बजट को व्यक्त करता है। जहाँ x_1 और x_2 उपभोग की गई वस्तुओं की मात्राएँ हैं, $p_1, p_2 > 0$ उनके प्रति इकाई मूल्य हैं तथा उपभोक्ता की आय है। बताइए कि $B \cup C$ तथा $B \cap C$ क्या होंगे

.....

.....

.....

.....

4) यदि A = {1, 2}, B = {3, 4, 5} और C = {3, 5, 6, 7, 8}, तो दर्शाइए कि A∪ B = B ∪A तथा (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C) है

.....

.....

.....

.....

1.5 सार-संक्षेप

हमने अभी इस पाठ्यक्रम की पहली इकाई को पढ़ा है। समुच्चयों पर केंद्रित इस इकाई में जिन संकल्पनाओं से हमारा परिचय हुआ वे इस पाठ्यक्रम की नींव के पत्थरों के समान हैं। समुच्चयों के सिद्धांतों की जानकारी हमें गणितीय अर्थशास्त्र की संकल्पनाओं को, जिन्हें हम इस पाठ्यक्रम के दौरान पढ़ेंगे, समझने तथा उनके साथ कार्य करने में हमारी मदद करेगी। न केवल इस पाठ्यक्रम के लिए बल्कि अगले सेमेस्टर में पढ़े जाने वाले गणितीय अर्थशास्त्र के पाठ्यक्रम को समझने के लिए भी इस इकाई को अच्छी तरह से पढ़ना आवश्यक है।

हमने इकाई को समुच्च्य की परिभाषा तथा उसे निरूपित करने की विधियों से प्रारंभ किया तथा समुच्चयों को सारणीबद्ध रूप तथा समुच्च्य निर्माण रूप में व्यक्त करने की विधियाँ सीखीं। इसके पश्चात् उपसमुच्च्य, अधिसमुच्च्य तथा घात समुच्च्य के अर्थ स्पष्ट किए। साथ ही, हमने सार्वत्रिक समुच्च्य तथा किसी समुच्च्य के पूरक समुच्च्य के बारे में चर्चा की। तत्पश्चात् हमने समुच्च्यों के सम्मिलन, उभयनिष्ठ तथा अंतर इत्यादि संक्रियाओं पर विस्तार से चर्चा की। अंत में हमने इस इकाई को किसी समुच्च्य के विभक्तीकरण पर चर्चा के साथ समाप्त किया।

1.6 बोध प्रश्नों के उत्तर/संकेत

बोध प्रश्न 1

1) किसी समुच्चय के निरूपण की विधियों के लिए भाग 1.2 देखें।

2) केवल कथन (क) असत्य है।

बोध प्रश्न 2

1) हमें 2^3 अर्थात् 8 उपसमुच्चय प्राप्त होंगे।

2) भाग 1.3 को ध्यानपूर्वक पढ़ें।

3) किसी समुच्चय का घात समुच्चय, दिए हुए समुच्चय के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय/संग्रह होता है।

बोध प्रश्न 3

1) $A \cup B = \{t, r, i, v, a, l, d, f, c, u\}$ तथा $A \cap B = \{t, i, l\}$.

2) भाग 1.4 देखें।

3) $B \cup C = C$; $B \cap C = B$.

4) भाग 1.4 देखें।