हमारे चारों ओर मौजूद विद्युत् उत्पादन और वितरण के तंत्र विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण की परिघटना पर आधारित हैं, जिसके बारे में आप इस इकाई में पढ़ेंगे।

इकाई 15

विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण

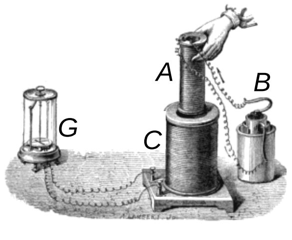
इकाई की रूपरेखा

अध्ययन निर्देशिका

हमें आशा है कि आपने इस पाठ्यक्रम के खंड 1 से खंड 3 में समझाई गई सदिश कलन, मुक्त आकाश और माध्यम में स्थिर विद्युतिकी और चुंबकत्व की अवधारणाओं को अच्छी तरह पढ़ा है। आप इस खंड को पढ़ने से पहले इन अवधारणाओं को दोहरा लें और सुनिश्चित कर लें कि ये सभी अवधारणाएं आपको भली-भांति ज्ञात हैं। तभी आप इस खंड को पढ़ें। इस इकाई में आप विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण, लेन्ज़ के नियम, प्रेरकत्व और चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा के बारे में पढ़ेंगे। हो सकता है कि आपने इन्हें स्कूल की भौतिकी में पढ़ा हो। लेकिन इन अवधारणाओं की प्रस्तुति आपके लिए नई हो सकती है। हमने इकाई में कई उदाहरण, बोध प्रश्न और अंत में प्रश्न दिए हैं ताकि आप इन अवधारणाओं को अच्छी तरह समझ सकें और इनके अनुप्रयोगों को लागू कर सकें। आपको सभी भागों को भली-भांति पढ़ना चाहिए और अगली इकाई को पढ़ने से पहले सुनिश्चित करना चाहिए कि आप अपने-आप बोध प्रश्नों और इकाई के अंत में दिए गए प्रश्नों को हल कर सकते हैं।

"कोई भी बात कितनी ही अजीबोगरीब या अनोखी क्यों न लगे, यदि वह प्रकृति के नियमों के संगत है तो वह सत्य होगी।"

माइकेल फ़ैराडे

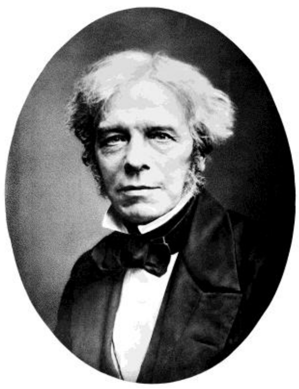


फ़ैराडे का 1831 का एक प्रयोग जिसमें विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण दर्शाया गया है। बैटरी (*B*) के कारण छोटी कुंडली (*A*) में धारा बहती है। जब छोटी कुंडली को बड़ी कुंडली (*C*) के अंदर या बाहर चलाया जाता है, तो उसका चुंबकीय क्षेत्र कुंडली *C* में क्षणिक वोल्टता प्रेरित करता है, जिसे गैल्वेनोमीटर (*G*) द्वारा संसूचित किया जाता है।

15.1 परिचय

इकाइयों 12 और 13 में आपने चुंबकत्व के बारे में पढ़ा है। आपने सीखा है कि विद्युत् धाराएं (यानी गतिमान आवेश) चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती हैं। इस इकाई में हम पूछेंगे : क्या इसका उलट संभव है? क्या चुंबकीय क्षेत्र विद्युत् धाराएं उत्पन्न कर सकते हैं? यह सवाल सबसे पहले वैज्ञानिकों ने 1820 के दशक में पूछा था। एक दशक से अधिक समय तक बहुत से वैज्ञानिकों ने अनेक प्रयोग किए जिनमें अंग्रेज़ भौतिकीविद् माइकेल फ़ैराडे भी शामिल थे। इन प्रयोगों में उन्होंने स्थैतिक चुंबकीय क्षेत्रों से विद्युत् धाराएं उत्पन्न करने की कोशिश की। लेकिन वे असफल रहे। 1831 में जाकर ही माइकेल फ़ैराडे और अमरीकी भौतिकीविद् जोसेफ़ हेनरी ने स्वतंत्र रूप से यह खोज की कि **परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्रों** (changing magnetic fields) के कारण परिपथों में विद्युत् धाराएं **प्रेरित** होती हैं। यह परिघटना जिसे **विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण** कहते हैं, एक अत्यंत महत्वपूर्ण खोज थी और आज की हमारी जीवन शैली के लिए काफ़ी हद तक ज़िम्मेदार है।

जब आप एक अंधेरे कमरे में जाते हैं और एक स्विच दबाते हैं तो आप मान लेते हैं कि महज़ ऐसा करने से कमरे में रोशनी हो जाएगी बशर्ते बिजली आ रही हो। लेकिन क्या कभी आपके मन में यह सवाल आता है कि ऐसा कैसे होता है? अगर आपने वाकई में ऐसा सवाल किया हो और उसका जवाब ढूंढ़ा हो तो शायद आप जानते हों कि ऐसा फ़ैराडे और हेनरी की विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण की खोज के कारण संभव हो पाया। वस्तुतः यह खोज समस्त आधुनिक वैद्युत प्रौद्योगिकी का आधार है। इसके कारण उन्नीसवीं सदी के अंत तक विद्युत् शक्ति का उत्पादन और संचारण संभव हो सका। आज हमें अपने चारों ओर हज़ारों युक्तियों जैसेकि विद्युत् मोटर, विशाल बिजली घरों में विद्युत् जेनरेटर, ट्रांसफॉर्मर, उच्च रफ्तार वाली बुलेट ट्रेन, कारों के बैटरी चार्जर, इलेक्ट्रिक गिटार आदि में इसके अनेक व्यावहारिक अनुप्रयोग देखने को मिलते हैं। इस इकाई में आप महज़ कुछ घंटों में वह सब सीखने जा रहे हैं जिसे खोजने में फ़ैराडे और हेनरी ने वर्षों तक कड़ी मेहनत की!



अंग्रेज़ भौतिकीविद् माइकेल फ़ैराडे (1791 – 1867) विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण, विद्युत्- चुंबकत्व और विद्युत्-रसायन के अध्ययन के लिए प्रसिद्ध हैं। उन्होंने विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण, प्रतिचुंबकत्व और विद्युत्-अपघटन के आधारभूत सिद्धांतों की खोज की।

इकाई के भाग 15.2 और भाग 15.3 में आप फ़ैराडे की विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण की व्याख्या के बारे में पढ़ेंगे। भाग 15.4 में हम **प्रेरकत्व**, **स्व-प्रेरकत्व** और **अन्योन्य प्रेरकत्व** की अवधारणाएं और उनके अनेक अनुप्रयोग समझाएंगे जिनमें विद्युत् जेनरेटर और ट्रांसफॉर्मर शामिल हैं। आपको यह बात दिलचस्प लगेगी कि अनेक अनुप्रयोगों के अलावा विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण की खोज का विद्युत् और चुंबकत्व की बुनियादी समझ पर भी गहन प्रभाव पड़ा। विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण की खोज से यह समझ आया कि विद्युत् और चुंबकत्व में गहन संबंध है। इस बात को और अधिक गहराई से जेम्स क्लर्क मैक्सवेल ने समझा और उनके दिए सिद्धांत के कारण चार उत्तम समीकरणों के रूप में विद्युत् और चुंबकत्व का एकीकरण हुआ। ये समीकरण जो विद्युत्-चुंबकीय सिद्धांत का आधार हैं मैक्सवेल समीकरण कहलाते हैं। इनके बारे में आप अगली इकाई में पढ़ेंगे।

उद्देश्य

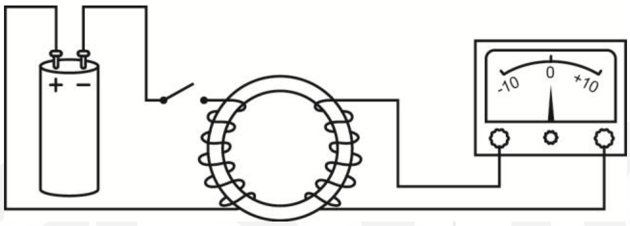
इस इकाई को पढ़ने के बाद आप :

- फ़ैराडे के विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण नियम का कथन दे सकेंगे और उसे लागू कर सकेंगे;
- लेन्ज़ के नियम का कथन दे सकेंगे और उसे लागू कर सकेंगे;
- सरल ज्यामिति वाले एक प्रेरक के स्वप्रेरकत्व का परिकलन कर सकेंगे;

- ❖ सरल विन्यासों में परिपथों का अन्योन्य प्रेरकत्व परिकलित कर सकेंगे; और
- ❖ किसी भी दिए हुए प्रेरक युक्त परिपथ में संचित ऊर्जा और चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा ज्ञात कर सकेंगे।

15.2 फ़ैराडे का विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण नियम

आइए, पहले हम माइकेल फ़ैराडे के उन मुख्य प्रयोगों की संक्षेप में चर्चा करें जिनके कारण 1831 में विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण की खोज हुई। आप उस प्रयोग के बारे में जानना चाहेंगे जिसे उनका अत्यंत महत्वपूर्ण प्रयोग कहा जा सकता है। इस प्रयोग में उन्होंने तार की दो विद्युत्रोधी कुंडलियों को लोहे के एक वलय पर लपेटा और देखा कि जब एक कुंडली में धारा बहती थी तो क्षण भर के लिए दूसरी कुंडली में धारा प्रेरित होती थी (चित्र 15.1)। इस परिघटना को आज हम अन्योन्य प्रेरकत्व के नाम से जानते हैं। इसके बारे में आप भाग 15.4 में जानेंगे।



चित्र 15.1: फ़ैराडे के लौह वलय-कुंडली प्रयोग का व्यवस्था आरेख।

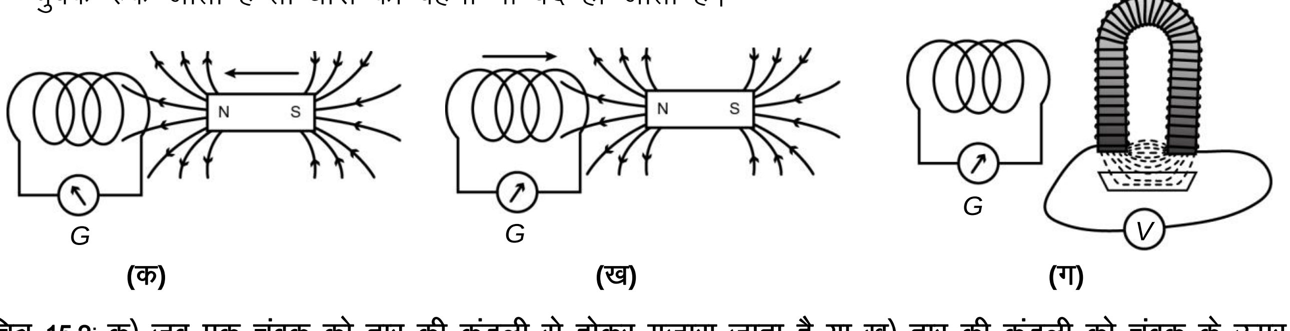
लौह वलय-कुंडली उपकरण अभी भी ग्रेट ब्रिटेन के राजकीय संस्थान में प्रदर्शित किया गया है। यह संस्थान लंदन में स्थित है और वैज्ञानिक शिक्षा एवं अनुसंधान में कार्यरत है।

एक और महत्वपूर्ण खोज तब हुई जब फ़ैराडे ने प्रश्न किया : क्या होगा अगर तार की एक कुंडली को स्थिर रखा जाये और एक चुंबक को उसकी ओर या उससे परे ले जाया जाये? या फिर चुंबक को स्थिर रखा जाये और कुंडली को उसकी ओर या उससे परे ले जाया जाये? फ़ैराडे ने अनेक प्रयोग किए और उन प्रयोगों के परिणामों से प्रेरित विद्युत् धारा की अवधारणा की खोज हुई।

15.2.1 प्रेरित धाराएं

हम यहां फ़ैराडे द्वारा किए गए प्रयोगों से मिलते जुलते तीन प्रयोगों का संक्षेप में विवरण देंगे।

1. एक प्रयोग में एक चुंबक को विरामावस्था में रखी कुंडली से होकर गुज़ारा जाता है। तब देखा जाता है कि कुंडली में धारा प्रवाहित होती है (चित्र 15.2क)। जब चुंबक रुक जाता है तो धारा का बहना भी बंद हो जाता है।



चित्र 15.2: क) जब एक चुंबक को तार की कुंडली से होकर गुज़ारा जाता है या ख) तार की कुंडली को चुंबक के ऊपर से चलाया जाता है तो उस कुंडली में धारा बहती है। जब कुंडली और चुंबक स्थिर होते हैं या चुंबकीय क्षेत्र अचर होता है तो धारा प्रवाहित नहीं होती; ग) धारा प्रवाहित होती है जब चुंबकीय क्षेत्र के मान में परिवर्तन होता है जैसेकि एक विद्युत्-चुंबक में।

2. एक अन्य प्रयोग में यह देखा जाता है कि जब एक स्थिर चुंबक के ऊपर से कुंडली को ले जाया गया तो उसमें धारा प्रवाहित होती है (चित्र 15.2ख)। फिर से जब कुंडली स्थिर हो जाती है तो धारा का बहना बंद हो जाता है।

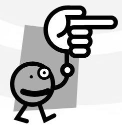
3. एक प्रयोग में कुंडली और चुंबक को स्थिर रखकर चुंबकीय क्षेत्र को परिवर्तित किया जाता है। ऐसा हम एक विद्युत्-चुंबक का उपयोग करके और उसकी कुंडली में बह रही धारा को बदल कर कर सकते हैं (चित्र 15.2ग)। एक बार फिर हम देखते हैं कि कुंडली में धारा बहती है।

क्या आप बता सकते हैं कि इन तीनों प्रयोगों में कौन सी बात समान है? आप देख सकते हैं कि सभी प्रयोगों में चुंबकीय क्षेत्र **परिवर्तित** हो रहा है। अतः, इन प्रयोगों से पता चलता है कि एक परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के कारण तार की कुंडली में धारा 'प्रेरित' होती है। कुंडली और चुंबक के एक-दूसरे के सापेक्ष गतिमान होने के कारण कुंडली में बहने वाली धारा को **प्रेरित धारा** (induced current) कहते हैं। फ़ैराडे ने इन प्रयोगों के परिणामों की व्याख्या के लिए भौतिकी में एक नया सिद्धांत दिया :

परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र, विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न करता है।

इस नये सिद्धांत द्वारा हम प्रेरित धारा के उद्गम की व्याख्या कर सकते हैं : परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के कारण विद्युत्-क्षेत्र 'प्रेरित' होता है जिसके कारण कुंडली के तार में स्थित आवेश गतिमान होते हैं और इसी के कारण कुंडली में धारा प्रेरित होती है।

इस तरह, अपने युगांतरकारी प्रयोगों से फ़ैराडे ने यह स्थापित किया कि परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र **प्रेरित** विद्युत् धारा उत्पन्न करता है। प्रेरित धारा उत्पन्न करने के लिए प्रति एकक आवेश पर किया गया कार्य **प्रेरित विद्युत्-वाहक बल** (induced electromotive force) कहलाता है। यह परिघटना जिसमें परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र के कारण विद्युत्-क्षेत्र, विद्युत्-वाहक बल और विद्युत् धारा प्रेरित होते हैं, **विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण** (electromagnetic induction) कहलाती है। सार रूप में, फ़ैराडे ने देखा कि



कभी न भूलें

एक परिपथ/कुंडली/लूप में, जिसे परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र में रखा जाता था, प्रेरित धारा प्रवाहित होती थी।

यह तो इस परिघटना की गुणात्मक व्याख्या है। साथ ही साथ हमें प्रेरित धारा और परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र/धारा के बीच एक परिमाणात्मक संबंध भी स्थापित करना चाहिए। आइए, अब हम **फ़ैराडे के विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण नियम** का गणितीय कथन दें। लेकिन उसे पढ़ने से पहले आप एक बोध प्रश्न करें।

बोध प्रश्न 1 – विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण

एक विद्युत्-चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र में एक विद्युत् परिपथ रखा जाता है। नीचे दी गई स्थितियों में से किनमें परिपथ में लगे ऐमीटर में प्रेरित धारा के कारण विचलन होगा?

क) जब परिपथ चुंबकीय क्षेत्र में दायीं ओर गतिमान होता है।

ख) जब परिपथ चुंबकीय क्षेत्र में विरामावस्था में होता है।

ग) जब विद्युत्-चुंबक बायीं ओर गतिमान होता है और परिपथ विरामावस्था में होता है।

15.2.2 फ़ैराडे के नियम का गणितीय कथन

आइए, चर्चा की शुरुआत हम इस सवाल से करें : किसी परिपथ में धारा का प्रवाह किस कारण से होता है? जैसाकि आप स्कूल की भौतिकी से जानते होंगे, धारा प्रवाह के लिए हमें विद्युत्-वाहक बल के स्रोत, जैसेकि बैटरी या विद्युत् प्रदाय (power supply), की आवश्यकता होती है जो परिपथ को ऊर्जा प्रदान करता है। अतः, फ़ैराडे ने सोचा कि जब एक परिपथ में प्रेरित धारा प्रवाहित होती है तो वहां भी एक प्रेरित विद्युत्-वाहक बल उपस्थित होना चाहिए। अतः, फ़ैराडे ने प्रयोग से प्राप्त अपने परिणामों के आधार पर एक व्यापक नियम प्रस्तुत किया कि जब भी (और किसी भी कारण से) किसी परिपथ/लूप/कुंडली में उससे होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह परिवर्तित होता है, तो उसमें विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है, और

किसी परिपथ/लूप/कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल, उससे होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह Φ_B के परिवर्तन की दर के ऋणात्मक मान के समानुपाती होता है :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (15.1\text{क})$$

जहां ε किसी परिपथ/लूप/कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल है और Φ_B उससे जुड़ा चुंबकीय अभिवाह है। हम समीकरण (15.1क) द्वारा व्यक्त किए गए फ़ैराडे नियम को ऐसे रूप में भी लिख सकते हैं कि उसमें परिपथों का ज़िक्र ही न हो। परिभाषा से, प्रेरित विद्युत्-वाहक बल, एक परीक्षण आवेश पर, जो कि परिपथ (या लूप/कुंडली) C में गतिमान हो, किए गए प्रति एकक आवेश कार्य के बराबर होता है। यह परिपथ/लूप/कुंडली के अनुदिश बंद पथ C पर विद्युत्-क्षेत्र के रेखा समाकल के बराबर होता है :

$$\varepsilon = \oint_C \vec{\mathbf{E}}\,.\,d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (15.1\text{ख})$$

इकाई 12 में आप चुंबकीय अभिवाह का निम्नलिखित समाकल निरूपण देख चुके हैं :

$$\Phi_B = \iint_S \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}} \qquad (15.2)$$

जहां S एक बंद पृष्ठ है जिसकी परिसीमा C द्वारा दी जाती है। समीकरणों (15.1ख) और (15.2) से, हम फ़ैराडे नियम को गणितीय रूप में इस प्रकार लिख सकते हैं :

$$\varepsilon = \oint_C \vec{\mathbf{E}}\,.\,d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}} \qquad (15.3)$$

फ़ैराडे नियम के इस रूप में किसी भौतिक परिपथ या तार/लूप/कुंडली की आवश्यकता नहीं होती। C, समष्टि में एक बंद पथ को निरूपित करता है और S, बंद पथ C द्वारा परिबद्ध पृष्ठ को निरूपित करता है। समीकरण (15.3) उन प्रेरित विद्युत्-क्षेत्रों को व्यक्त करता है जो परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्रों के कारण उत्पन्न होते हैं। यदि विद्युत् परिपथ उपस्थित होंगे, तो प्रेरित धाराएं भी उत्पन्न होंगी। स्टोक्स प्रमेय [इस पाठ्यक्रम के खंड 1 की इकाई 4 का समीकरण (4.19)] की सहायता से हम समीकरण (15.3) को अवकल रूप में भी व्यक्त कर सकते हैं :

$$\oint_C \vec{\mathbf{E}}\,.\,d\vec{\mathbf{l}} = \iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{E}}).d\vec{\mathbf{S}} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}} = -\iint_S \frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t}.d\vec{\mathbf{S}} \qquad (15.4)$$

ध्यान दें कि अचर चुंबकीय क्षेत्र (स्थैतिक स्थिति) के लिए समीकरण (15.5) हो जाता है : $\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{0}}$ जैसाकि होना ही चाहिए।

क्योंकि $\vec{\mathbf{B}}$ स्थिति और समय दोनों पर निर्भर कर सकता है, इसलिए $\vec{\mathbf{B}}$ में केवल समय के साथ परिवर्तन को ध्यान में रखकर हमने समीकरण (15.4) में $\frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt}$ के स्थान पर $\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$ लिखा है। क्योंकि समीकरण (15.4) में पृष्ठ S स्वेच्छ है, इसलिए हम लिख सकते हैं :

$$\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \qquad (15.5)$$

इस तरह, हमें फ़ैराडे के विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण नियम के दो बिल्कुल समतुल्य कथन प्राप्त होते हैं। आइए, इन्हें एक साथ लिखें।

दोहराएं

फ़ैराडे का विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण नियम

किसी परिपथ में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल, उससे होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह के परिवर्तन की दर के ऋणात्मक मान के समानुपाती होता है :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (15.1\text{क})$$

$$\oint_C \vec{\mathbf{E}}\,.\,d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}} \qquad \text{(समाकल रूप)} \qquad (15.3)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \qquad \text{(अवकल रूप)} \qquad (15.5)$$

अभी तक इस पाठ्यक्रम में आपने सीखा है कि विद्युत्-क्षेत्र, स्थैतिक आवेशों और परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्रों के कारण उत्पन्न होते हैं। लेकिन क्या इन क्षेत्रों की प्रकृति समान है? इस प्रश्न का उत्तर आप स्वयं दें।

बोध प्रश्न 2 – प्रेरित विद्युत्-क्षेत्र की प्रकृति

स्थैतिक आवेशों से उत्पन्न विद्युत्-क्षेत्रों और परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्रों से प्रेरित विद्युत्-क्षेत्रों की प्रकृति में क्या आधारभूत अंतर होता है?

आइए, अब हम फ़ैराडे के विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण नियम के एक प्रौद्योगिकीय अनुप्रयोग, ए सी जेनरेटर, पर विचार करें। शायद यह इस नियम का आज इस्तेमाल होने वाला सर्वाधिक महत्वपूर्ण अनुप्रयोग है। क्या आप जानते हैं कि आज पूरी दुनिया में इस्तेमाल होने वाली तकरीबन समस्त विद्युत् ऊर्जा विद्युत् जेनरेटरों से प्राप्त होती है? जेनरेटर वास्तव में एक चुंबकीय क्षेत्र में रखा गया चालकों का निकाय होता है।

आइए, हम एक सरल विद्युत् जेनरेटर की चर्चा करें।

उदाहरण 15.1 : ए सी जेनरेटर

एक ए सी जेनरेटर में मूलतः क्षेत्रफल S वाली कुंडली को चुंबक के ध्रुवों के बीच रखा जाता है (हाशिए पर दी गई टिप्पणी पढ़ें) और विद्युत् धारा उत्पन्न करने के लिए घूर्णित किया जाता है (चित्र 15.3)। जेनरेटर द्वारा जनित विद्युत् धारा का मान क्या है?

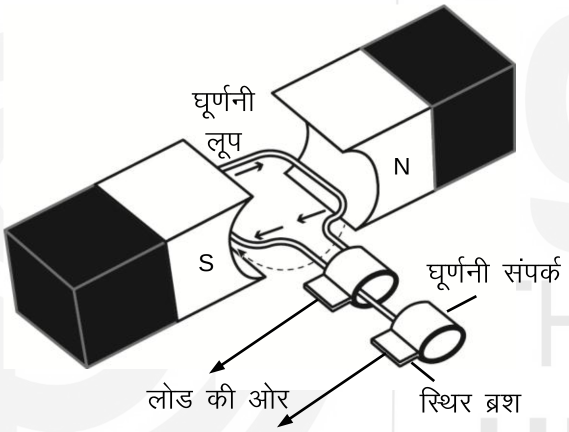
मान लें कि चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण B है और θ चुंबकीय क्षेत्र की दिशा और कुंडली के अक्ष के बीच का कोण है। विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण के कारण कुंडली के घूर्णन से कुंडली से होकर गुज़रने वाले चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन आ जाता है। परिवर्ती चुंबकीय अभिवाह के कारण विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है और कुंडली में प्रेरित धारा प्रवाहित होती है। आइए, हम प्रेरित विद्युत्-वाहक बल और प्रेरित धारा के परिमाण ज्ञात करें। कुंडली से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह है :

$$\Phi = BS\cos\theta \qquad (15.6\text{क})$$

यदि कुंडली एकसमान कोणीय चाल ω से घूर्णन कर रही हो, तब $\theta = \omega t$ और

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS\cos\omega t) \quad \text{या} \quad \varepsilon = BS\,\omega\sin\omega t \qquad (15.6\text{ख})$$

चुंबक के ध्रुवों के बीच रखी गई कुंडली का घूर्णन कराने के लिए यांत्रिक ऊर्जा प्रयुक्त होती है। बिजली घरों में यांत्रिक ऊर्जा का स्रोत या तो गिरता हुआ पानी (पन बिजली घरों में) होता है या भाप होती है जिसे ईंधन जलाकर (तापीय बिजलीघर) या नाभिकीय विखंडन द्वारा (नाभिकीय शक्ति संयंत्र में) बनाया जाता है।



चित्र 15.3: एक सरल ए सी विद्युत् जेनरेटर का व्यवस्था आरेख; चुंबकीय क्षेत्र में लूप के घूर्णन के कारण परिवर्ती चुंबकीय अभिवाह से इसमें एक विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है। घूर्णन कर रहे संपर्कों और स्थिर ब्रशों से होते हुए, विद्युत् धारा लोड की ओर प्रवाहित होती है जो चुंबकों से बहुत अधिक दूरी पर होता है।

अब हम कुंडली के तारों को उससे बहुत दूर स्थित बिन्दु तक ले जाते हैं जहां (चुंबक के कारण) चुंबकीय क्षेत्र समय के साथ नहीं बदलता। तब समीकरण (15.5) से इस प्रदेश में विद्युत्-क्षेत्र का कर्ल शून्य होगा अर्थात् विद्युत्-क्षेत्र संरक्षी होगा। और तब हम इस विद्युत्-क्षेत्र से संबंधित एक विद्युत्-विभव परिभाषित कर सकते हैं। मान लें कि दूर स्थित उस बिन्दु पर कुंडली के दोनों सिरों का विभवांतर V है। यदि जेनरेटर से कोई धारा नहीं ली जा रही हो, तो दो तारों के बीच का विभवांतर, घूर्णन कर रही कुंडली में विद्युत्-वाहक बल के बराबर होगा :

$$V = BS\omega\sin\omega t = V_0\sin\omega t \qquad (15.7\text{क})$$

जहां $V_0 = BS\omega$ जेनरेटर की शिखर निर्गत वोल्टता है। जैसाकि समीकरण (15.7क) से स्पष्ट है, V एक प्रत्यावर्ती वोल्टता है। यदि हम इन तारों में एक लोड R लगा दें, तो हम एक प्रत्यावर्ती धारा जनित कर सकते हैं जिसका परिमाण है :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R}\sin\omega t \qquad (15.7\text{ख})$$

आगे पढ़ने से पहले आप ए सी जेनरेटर की डिज़ाइन से संबंधित संख्यात्मक प्रश्न करें।

बोध प्रश्न 3 – ए सी जेनरेटर

चित्र 15.3 में दिखाए गए ए सी जेनरेटर में 50 cm भुजा वाली तार की एक वर्गाकार कुंडली है जिसमें 10 फेरे हैं। हमारे देश में प्रयुक्त मानक 50 Hz ए सी का उत्पादन करने के लिए कुंडली को 50 परिक्रमण प्रति सेकंड की दर से घूर्णित किया जाता है। चुंबकीय क्षेत्र का क्या परिमाण होना चाहिए ताकि जेनरेटर की शिखर निर्गत वोल्टता 300V हो?

अभी तक हमने फ़ैराडे के नियम में आने वाले ऋण चिन्ह के बारे में कुछ भी नहीं कहा है। नियम में ऋण चिन्ह का एक विशेष महत्व है : इससे प्रेरित धारा की दिशा के बारे में पता चलता है। यही लेन्ज़ का नियम है।

15.3 लेन्ज़ का नियम

कुछ अंग्रेजी की किताबों में लेन्ज़ के नियम वाले भाग में आपको निम्नलिखित कथन मिल सकता है : **Nature abhors a change in flux.**

प्रेरित धारा की दिशा लेन्ज़ के नियम द्वारा दी जाती है। आइए, पहले हम इस नियम का कथन दें।

लेन्ज़ का नियम

प्रेरित धारा ऐसा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है जो उसे उत्पन्न करने वाले चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन का विरोध करता है।

हम लेन्ज़ के नियम का कथन इस तरह भी देते हैं :

प्रेरित धारा (या प्रेरित विद्युत्-वाहक बल) की दिशा ऐसी होती है कि वह इसको उत्पन्न करने वाले परिवर्तन का विरोध करती है।

आइए, एक सरल उदाहरण की मदद से समझें कि लेन्ज़ के नियम को कैसे लागू किया जाता है।

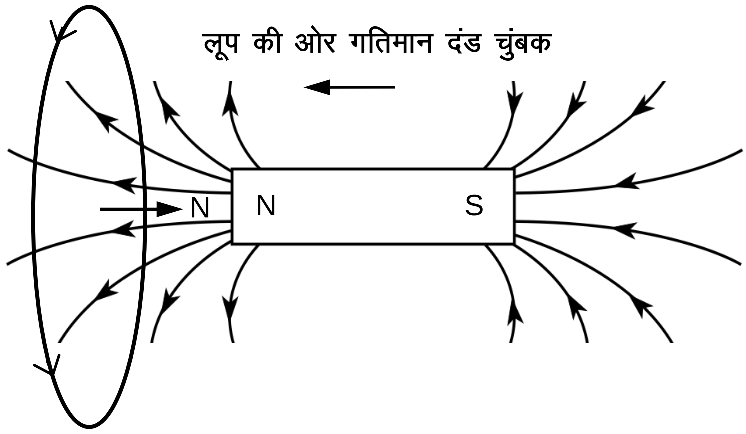
उदाहरण 15.2 : लेन्ज़ के नियम को लागू करना

आइए, हम दंड चुंबक का उदाहरण लें जिसे तार के एक लूप की ओर गति दी जाती है (चित्र 15.4)। ध्यान दें कि दंड चुंबक का उत्तरी ध्रुव लूप की ओर है। लूप में प्रेरित धारा की दिशा ज्ञात करें।

हल ■ आइए, हम इस स्थिति पर लेन्ज़ का नियम लागू करें।

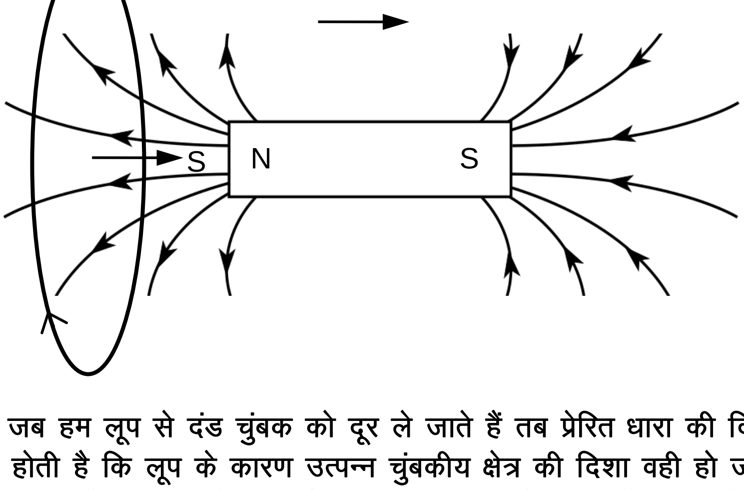
चित्र 15.4 देखें। ध्यान दें कि दंड चुंबक का उत्तरी ध्रुव बायीं ओर है। जब वह लूप की ओर गतिमान होता है, तो लूप से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में वृद्धि होती है जिसके कारण उसमें प्रेरित विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न होता है। अब लूप में प्रेरित धारा प्रवाहित होने के कारण, एक ऐसा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होना चाहिए जो दंड चुंबक के कारण लूप से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में **वृद्धि का विरोध** करे। अतः, प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा, दंड चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र

की दिशा के विपरीत होनी चाहिए यानी चित्र 15.4 में दायीं ओर होनी चाहिए। अतः, लूप को, अपनी ओर गतिमान दंड चुंबक के समक्ष उत्तरी ध्रुव प्रस्तुत करना चाहिए। तब दक्षिण-हस्त नियम से आप देख सकते हैं कि लूप में प्रेरित धारा वामावर्त दिशा में बहनी चाहिए (हाशिए पर दी गई टिप्पणी पढ़ें)।



चित्र 15.4: जब दंड चुंबक लूप की ओर गतिमान होता है, तब प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि उसके कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र, दंड चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र की दिशा के विपरीत हो। इस तरह, लूप दंड चुंबक के समक्ष उत्तरी ध्रुव प्रस्तुत करता है जो दंड चुंबक की ओर लूप की गति का विरोध करता है।

जब हम लूप से चुंबक को दूर ले जाते हैं तो क्या होता है? चित्र 15.5 देखें। ध्यान दें कि जब दंड चुंबक लूप से दूर जाता है तो उसके कारण लूप से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह घटता है। इस स्थिति में लूप में बहने वाली प्रेरित धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की दिशा ऐसी होनी चाहिए कि वह दंड चुंबक के कारण लूप से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में **कमी का विरोध** करे। अतः, लूप में बहने वाली प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा वही होनी चाहिए जो दंड चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र की है यानी चित्र 15.5 में बायीं ओर होनी चाहिए। अतः, अब लूप अपने से दूर जाते हुए दंड चुंबक के समक्ष दक्षिणी ध्रुव प्रस्तुत करता है। दक्षिण-हस्त नियम लागू करके आप देख सकते हैं कि लूप में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त दिशा में बहनी चाहिए।

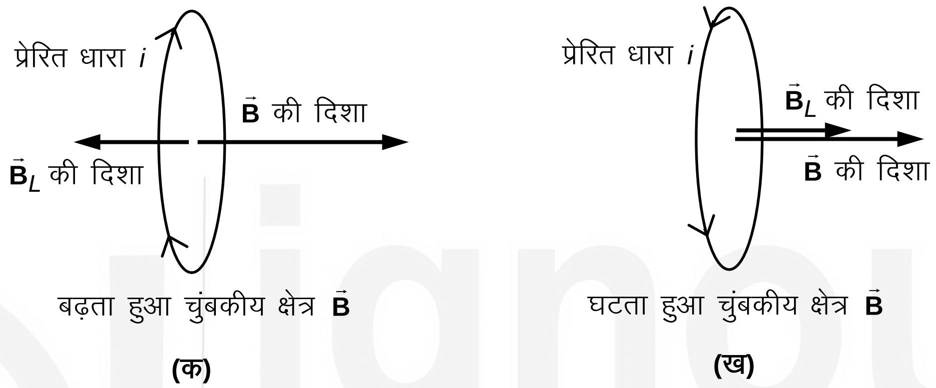


चित्र 15.5: जब हम लूप से दंड चुंबक को दूर ले जाते हैं तब प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि लूप के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की दिशा वही हो जो दंड चुंबक के चुंबकीय क्षेत्र की है। लूप, दंड चुंबक के दूर जाने का विरोध करता है।

यदि हमें चुंबकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात हो तो हम दक्षिण-हस्त नियम का उपयोग करके लूप में धारा की दिशा ज्ञात कर सकते हैं। इसके लिए अपने दायें हाथ के अंगूठे को चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में इंगित करें और दक्षिण-हस्त नियम के अनुसार अपनी उंगलियों को मोड़ें। तब जिस दिशा में आपकी उंगलियां मुड़ती हैं वह लूप में धारा के बहने की दिशा है। इस स्थिति में लूप दंड चुंबक के समक्ष उत्तरी ध्रुव प्रस्तुत करता है। अतः, लूप के चुंबकीय क्षेत्र की दिशा दायीं ओर है। अतः, दक्षिण-हस्त नियम से आप देख सकते हैं कि लूप में धारा वामावर्त दिशा में बहती है।

उदाहरण 15.2 में आपको ध्यान देना चाहिए कि लूप में प्रेरित धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$ सदैव धारा को प्रेरित करने वाले चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ में <u>**परिवर्तन**</u> का विरोध करता है। इसका अर्थ यह नहीं है कि $\vec{\mathbf{B}}_L$ सदैव $\vec{\mathbf{B}}$ की विपरीत दिशा में होगा। जब $\vec{\mathbf{B}}$ में वृद्धि होती है तो लूप से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह बढ़ता है और लूप के चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$ की दिशा ऐसी होती है कि वह इस वृद्धि का विरोध करता है। अतः, इसकी दिशा $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा के विपरीत होती है। जब $\vec{\mathbf{B}}$ घटता है तो लूप से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह घटता है और लूप के चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$ की दिशा ऐसी होती है कि वह लूप से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में कमी का विरोध करता है। अतः, $\vec{\mathbf{B}}_L$ की दिशा $\vec{\mathbf{B}}$ के अनुदिश होती है (चित्र 15.6)। **याद रखें** : सभी स्थितियों में प्रेरित धारा की दिशा दक्षिणहस्त नियम से प्राप्त होती है।

ध्यान दें कि चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ में वृद्धि किसी भी कारण से हो सकती है : उदाहरण 15.2 के दंड चुंबक की तरह जो लूप की ओर गतिमान है या विद्युत्-चुंबक में धारा बढ़ने के कारण आदि। यहां **याद रखने वाली बात यह है** कि **जब किसी लूप को बढ़ते हुए चुंबकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो लूप से होकर जाने वाला अभिवाह बढ़ जाता है**। तब प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि वह चुंबकीय अभिवाह में होने वाली इस वृद्धि का विरोध करे। अतः, जब $\vec{\mathbf{B}}$ में वृद्धि होती है तब $\vec{\mathbf{B}}_L$ की दिशा $\vec{\mathbf{B}}$ के विपरीत होती है। यही तर्क घट रहे $\vec{\mathbf{B}}$ पर भी लागू होता है लेकिन अब लूप से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह घटता है। अतः, प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि $\vec{\mathbf{B}}_L$ और $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशाएं समान हों। **ध्यान दें कि चित्र 15.6 में दिखाए गए तीर <u>केवल दिशा</u> दिखाते हैं। उनकी लंबाइयां, क्षेत्रों के परिमाण नहीं दिखातीं।**

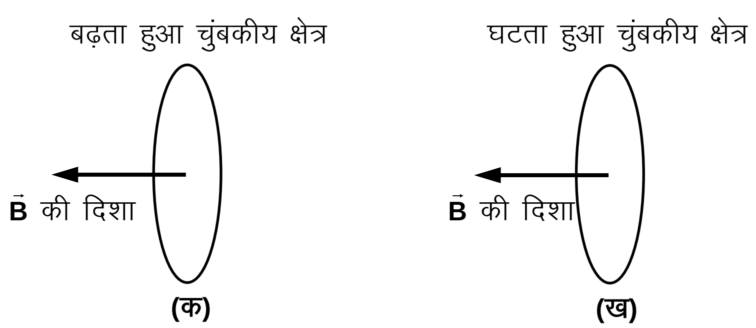


चित्र 15.6: प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि लूप में उसके कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$, धारा को प्रेरित करने वाले चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ में <u>परिवर्तन</u> का विरोध करता है। क) बढ़ते हुए $\vec{\mathbf{B}}$ के लिए $\vec{\mathbf{B}}_L$ की दिशा सदैव $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा के विपरीत होती है; ख) घटते हुए $\vec{\mathbf{B}}$ के लिए $\vec{\mathbf{B}}_L$ की दिशा सदैव $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा में होती है।

आगे पढ़ने से पहले आप लेन्ज़ के नियम पर एक बोध प्रश्न करें।

बोध प्रश्न 4 – लेन्ज़ का नियम लागू करना

चित्र 15.7क और चित्र 15.7ख में से प्रत्येक चित्र में प्रेरित धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की दिशा और लूप में प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी? प्रत्येक चित्र पर इन्हें दर्शाएं।



चित्र 15.7: बोध प्रश्न 4 के लिए चित्र।

जैसाकि हम पहले बता चुके हैं, गणितीय रूप में लेन्ज़ का नियम समीकरण (15.3) या समीकरण (15.5) द्वारा दिए गए फ़ैराडे नियम के दक्षिण पक्ष में लगे ऋण चिन्ह से प्रदर्शित होता है।

साथ ही, लेन्ज़ का नियम ऊर्जा संरक्षण का परिणाम है।

ऐसा कैसे है, यह समझने के लिए विचार कीजिए कि उस स्थिति में क्या होगा जबकि प्रेरित धारा की दिशा चुंबकीय अभिवाह के परिवर्तन में सहायक होती हो। उदाहरण के लिए, अगर ऐसा हो कि चित्र 15.4 में लूप चुंबक की ओर दक्षिण ध्रुव प्रस्तुत करे बजाय उत्तरी ध्रुव के जिससे कि दंड चुंबक लूप की ओर आकर्षित हो। तब क्या होगा? तब आपको चुंबक को थोड़ी सी ही गति देनी होगी और इतने से ही वह लगातार गतिमान रहेगा। इस स्थिति में चुंबक लूप की ओर त्वरित होगा और इस प्रक्रिया में उसकी गतिज ऊर्जा बढ़ेगी। साथ ही साथ लूप में उसके प्रतिरोध के कारण ऊष्मा भी आ जाएगी। इस तरह, हम लगभग शून्य से ही ऊर्जा उत्पन्न कर पायेंगे।

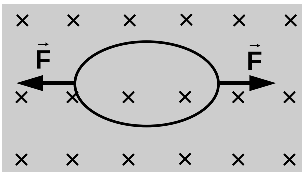
स्पष्ट है कि इससे ऊर्जा संरक्षण का उल्लंघन होगा और ऐसा कभी नहीं होता।

लेन्ज़ के नियम को लागू करते समय यह बात आपको **हमेशा ध्यान में रखनी होगी कि प्रेरित धारा का चुंबकीय क्षेत्र, उसे प्रेरित करने वाले चुंबकीय क्षेत्र का विरोध नहीं करता, अपितु इस चुंबकीय क्षेत्र में हुए परिवर्तन का विरोध करता है**। उदाहरण के लिए, यदि लूप से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में **कमी** आती है, तो लूप में प्रेरित धारा ऐसी दिशा में प्रवाहित होती है जिससे कि इसका चुंबकीय क्षेत्र, मूल चुंबकीय अभिवाह में वृद्धि करे; यदि लूप से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में **वृद्धि** होती है, तो प्रेरित धारा विपरीत दिशा में प्रवाहित होती है। यह एक प्रकार की 'जड़त्वीय' परिघटना है : एक चालक लूप अपने से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह को अचर बनाए रखना 'चाहता' है; अगर हम इस चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन लाने का प्रयास करते हैं तो लूप में एक ऐसी दिशा में प्रेरित धारा प्रवाहित होती है जो हमारे प्रयास का विरोध करती है।

अब आप लेन्ज़ के नियम को एक सरल स्थिति पर लागू करना चाहेंगे और प्रेरित धारा की दिशा मालूम करना चाहेंगे।

बोध प्रश्न 5 – लेन्ज़ का नियम लागू करना

चित्र 15.8 में लूप में प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी जब लूप पर दो बल $\vec{F}$ लगा कर उसे इस तरह खींचा जाता है कि लूप का क्षेत्रफल कम हो जाए ? चुंबकीय क्षेत्र की दिशा पृष्ठ के तल के लंबवत् और भीतर की ओर है।



चित्र 15.8: बोध प्रश्न 5 के लिए चित्र।

अभी तक आपने फ़ैराडे का विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण नियम सीखा है जो किसी परिपथ/लूप/कुंडली से होकर जाने वाले परिवर्ती चुंबकीय अभिवाह का, उसमें प्रेरित विद्युत्-वाहक बल से संबंध देता है। आपने लेन्ज़ का नियम भी सीखा है जिससे परिपथ/लूप/कुंडली में प्रेरित धारा की दिशा निर्धारित होती है। अगले भाग में हम दो स्थितियां लेंगे :

जब एक परिपथ में उससे संलग्न चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन

(क) स्वयं उसी परिपथ में प्रवाहित धारा में परिवर्तन के कारण होता है, या

(ख) इसके आस-पास किसी परिपथ में प्रवाहित धारा में परिवर्तन के कारण होता है।

इन स्थितियों का वर्णन करने के लिए हम परिपथ के **प्रेरकत्व** की बात करते हैं।

15.4 प्रेरकत्व

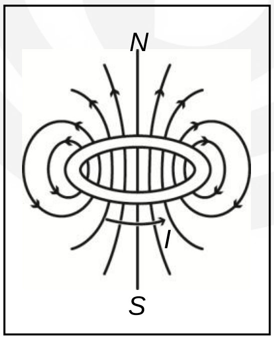
आप जानते हैं कि जब किसी परिपथ में बहने वाली धारा में परिवर्तन होता है तो उसके चारों ओर चुंबकीय क्षेत्र में भी परिवर्तन होता है। यदि इस परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र का कोई अंश स्वयं उसी परिपथ से होकर गुज़रता है तो उसमें विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है। यदि उसके निकट एक अन्य परिपथ मौजूद हो तो उससे होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह बदलता है, जिसके कारण उस दूसरे परिपथ में विद्युत्-वाहक बल प्रेरित हो जाता है। इस तरह, हम यह पाते हैं कि निम्न दो स्थितियों में परिपथों में प्रेरित धारा या प्रेरित विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न हो सकता है :

i) जब एक या अधिक फेरों वाली कुंडली में बहने वाली धारा में परिवर्तन होता है, तो **उसी** कुंडली में विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है। आप जानते हैं कि प्रेरित विद्युत्-वाहक बल, कुंडली से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन के कारण उत्पन्न होता है। इस प्रक्रिया को **स्व-प्रेरण** (self-induction) कहते हैं।

ii) जब दो कुंडलियां आस-पास स्थित होती हैं, जिससे कि एक कुंडली से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह दूसरी कुंडली में से होकर गुज़रता है, तो एक कुंडली की परिवर्ती धारा के कारण दूसरी कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न होता है। इस प्रक्रिया को **अन्योन्य प्रेरण** (mutual induction) कहते हैं।

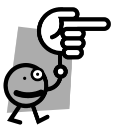
पहली स्थिति में हम कुंडली के **स्व-प्रेरकत्व** की बात करते हैं और दूसरी स्थिति में **दोनों कुंडलियों के अन्योन्य प्रेरकत्व** की। आइए, हम इन स्थितियों पर अलग-अलग चर्चा करें।

15.4.1 स्व-प्रेरकत्व



चित्र 15.9: एक लूप का स्व-प्रेरकत्व।

एक वृत्ताकार लूप लीजिए जिसमें धारा I प्रवाहित हो रही हो (चित्र 15.9)। इस लूप में प्रवाहित हो रही धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। अतः, उससे चुंबकीय अभिवाह संबद्ध होता है। जब तक धारा अपरिवर्ती रहती है तब तक चुंबकीय अभिवाह में कोई परिवर्तन नहीं होता और तब परिपथ में प्रेरित धारा भी उपस्थित नहीं होती। लेकिन यदि हम लूप में प्रवाहित हो रही धारा में परिवर्तन करें तो उससे संबद्ध चुंबकीय अभिवाह में भी परिवर्तन होता है और तब परिपथ में विद्युत्-वाहक बल प्रेरित हो जाता है। उसमें तब तक प्रेरित धारा बहती है जब तक उससे होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह परिवर्तित होता रहता है। लूप में धारा जितनी तेज़ी से बदलती है, उतनी ही अधिक चुंबकीय अभिवाह के परिवर्तन की दर होती है और उतना ही अधिक विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है जो लूप में प्रवाहित धारा के परिवर्तन का विरोध करता है।



कभी न भूलें

आम तौर पर, जब भी किसी कुंडली में बहने वाली धारा परिवर्तित होती है, उसमें स्व-प्रेरित विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न होता है।

आइए, अब हम एकल लूप वाली कुंडली के स्व-प्रेरकत्व का गणितीय व्यंजक व्युत्पन्न करें। आपने खंड 3 की इकाई 13 में पढ़ा है कि चुंबकीय क्षेत्र उसे उत्पन्न करने वाली धारा के समानुपाती होता है। अतः, चुंबकीय अभिवाह भी धारा के समानुपाती होगा। अतः, हम लिख सकते हैं,

$$\Phi_B \propto i \quad \text{या} \quad \Phi_B = Li \tag{15.8}$$

आनुपातिकता स्थिरांक L कुंडली, जिसे **प्रेरक** (inductor) भी कहते हैं, का **स्व-प्रेरकत्व** कहलाता है। अतः, कुंडली के स्व-प्रेरकत्व की परिभाषा इस प्रकार दी जाती है :

$$L = \frac{\Phi_B}{i} \qquad (15.9\text{क})$$

जहां Φ_B कुंडली से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह है, जबकि कुंडली में धारा i प्रवाहित हो रही हो। स्व-प्रेरकत्व का मात्रक हेनरी (H) है, जो अमरीकी वैज्ञानिक जोसेफ हेनरी के नाम पर रखा गया है। चूंकि चुंबकीय अभिवाह का मात्रक टेसला-वर्ग मीटर है, अतः, परिभाषा के अनुसार

$$1\,\text{henry} = 1\,\text{H} = 1\,\text{tesla}-\text{m}^2/\text{ampere}$$

N फेरों वाली कुंडली के लिए

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \qquad (15.9\text{ख})$$

यदि समयांतराल dt में कुंडली में बह रही धारा में परिवर्तन di होता है, तो उसी समयांतराल में कुंडली से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन $d\Phi_B = Ldi$ होता है। फ़ैराडे के नियम से लूप में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल है :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \tag{15.10}$$

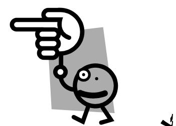
या

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad (\text{चूंकि } d\Phi = Ldi) \tag{15.11}$$

जहां L सदैव धनात्मक होता है। अतः, कुंडली में बह रही धारा i में हो रहे परिवर्तन के कारण कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल धारा i में परिवर्तन की दर के समानुपाती होता है। प्रेरित धारा की दिशा क्या होती है? लेन्ज़ के नियम से, प्रेरित विद्युत्-वाहक बल की दिशा ऐसी होती है कि वह कुंडली में बह रही धारा में हो रहे परिवर्तन का विरोध करती है। यानी प्रेरित धारा की दिशा कुंडली में प्रवाहित धारा की दिशा के विपरीत होती है। तो यदि कुंडली में बह रही धारा i में वृद्धि होती है, तो प्रेरित धारा उसकी विपरीत दिशा में बहती है; यदि i घटती है, तो प्रेरित धारा उसी दिशा में बहती है।

कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल को **विरोधी विद्युत्-वाहक बल** (back emf) भी कहा जाता है क्योंकि यह कुंडली के विद्युत्-वाहक बल के विपरीत होता है।
समीकरण (15.11) यह बताता है कि **एक कुंडली/प्रेरक में विरोधी विद्युत्-वाहक बल प्रेरक में बह रही धारा के परिवर्तन की दर पर निर्भर करता है और धारा में हो रहे परिवर्तन का विरोध करता है**। समीकरण (15.11) से $dt = 0$ पर विद्युत्-वाहक बल अनंत होगा। लेकिन क्योंकि विद्युत्-वाहक बल का अनंत होना असंभव है, इसलिए समीकरण (15.11) को देखने से यह पता चलता है कि $dt = 0$ संभव नहीं है। अतः, हमेशा याद रखें कि

> **किसी प्रेरक में प्रवाहित धारा में तात्क्षणिक परिवर्तन नहीं हो सकता।**

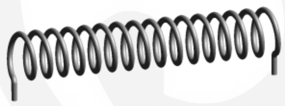


कभी न भूलें

सभी लूपों/परिपथों में, चाहे वे सीधे तार के रूप में हों या कुंडली के रूप में, स्व-प्रेरकत्व होता है। लेकिन स्व-प्रेरकत्व के प्रभाव का महत्व केवल तभी होता है जबकि परिपथ में चुंबकीय अभिवाह अधिक हो या जबकि धारा में काफ़ी तेज़ी से परिवर्तन होता हो। उदाहरण के लिए, एक 1 cm लंबे सीधे तार में लगभग 5×10^{-9} H प्रेरकत्व होता है और यह 50 Hz ए सी में हो रहे परिवर्तनों का बहुत कम विरोध करता है। परंतु टी वी सेटों, बड़े कंप्यूटरों या उपग्रह संचार जैसे उच्च आवृत्ति संचारों में 10^{-9} s के समय मापक्रम पर धारा में परिवर्तन होता है। तब तारों के स्व-प्रेरकत्व को ध्यान में रखना होता है। स्व-प्रेरकत्व प्रदर्शित करने के लिए कुछ (तार की कुंडलियों की) युक्तियों को बनाया जाता है जिन्हें **प्रेरक** कहा जाता है। ये उन परिपथों में उपयोगी होते हैं जिनमें स्थायी धाराएं रखनी होती हैं।

अभी आपने यह पढ़ा कि एक प्रेरक का स्व-प्रेरकत्व इसमें प्रवाहित धारा में हो रहे परिवर्तन के विरोध का एक माप है। अब हम पूछते हैं : **एक प्रेरक के स्व-प्रेरकत्व का परिमाण किस प्रकार ज्ञात किया जा सकता है**? प्रेरक का प्रेरकत्व उसकी ज्यामिति पर निर्भर करता है। सिद्धांततः हम किसी भी प्रेरक का स्व-प्रेरकत्व परिकलित कर सकते हैं लेकिन व्यवहार में यदि ज्यामिति सरल न हो, तो इसका परिकलन काफ़ी कठिन होता है। एक प्रारूपी प्रेरक में एक छड़ या कार्डबोर्ड के खोखले बेलन पर बड़ी संख्या में तार के फेरे लपेटे जाते हैं। **सोलेनॉइड** (solenoid) प्रेरकों का एक आम उदाहरण है। यह एक ऐसी युक्ति है जिसका विद्युत् परिपथों में व्यापक प्रयोग किया जाता है। अतः, आइए, हम सोलेनॉइड का स्व-प्रेरकत्व ज्ञात करने के लिए एक उदाहरण लें।

उदाहरण 15.3 : सोलेनॉइड का स्व-प्रेरकत्व



चित्र 15.10: सोलेनॉइड।

अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल A और लंबाई ℓ वाले एक सोलेनॉइड में तार के N फेरे हैं (चित्र 15.10 देखें)। इसका स्व-प्रेरकत्व ज्ञात करें।

हल ■ हम सोलेनॉइड का स्व-प्रेरकत्व ज्ञात करने के लिए समीकरण (15.9क) का उपयोग करेंगे। इसके लिए हमें सोलेनॉइड की धारा और इसके चुंबकीय अभिवाह के बीच संबंध स्थापित करना होगा। इकाई 13 में आपने एक लंबे सोलेनॉइड का चुंबकीय क्षेत्र मालूम करने के लिए ऐम्पियर नियम को लागू किया था जिससे

$$B = \mu_0 n i \qquad \text{(i)}$$

जहां n सोलेनॉइड में प्रति एकक लंबाई फेरों की संख्या है और i उसमें प्रवाहित धारा है। क्योंकि यहां $n = N/\ell$, इसलिए

$$B = \frac{\mu_0 N i}{\ell} \qquad \text{(ii)}$$

सोलेनॉइड के N फेरों से होकर जाने वाला कुल अभिवाह है :

$$\Phi = N \iint_{1\text{फेरा}} \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}}$$

चूंकि सोलेनॉइड का चुंबकीय क्षेत्र एकसमान है और इसकी दिशा प्रत्येक फेरे के अनुप्रस्थ परिच्छेद के लंबवत् है, अतः, हमें मिलता है :

$$\vec{\mathbf{B}}.\,d\vec{\mathbf{S}} = BdS \quad \text{और} \quad \iint_{1\text{फेरा}} \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}} = B \iint_{1\text{फेरा}} dS \qquad \text{(iii)}$$

अतः, पृष्ठ समाकल, सोलेनॉइड के एक फेरे के अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल के बराबर है जिसका मान A है। समीकरणों (ii) और (iii) से हमें मिलता है :

$$\Phi = NB \iint_{1\text{फेरा}} dS = NBA = \frac{\mu_0 N^2 A i}{\ell}$$

अतः, N फेरों वाले सोलेनॉइड का स्व-प्रेरकत्व है :

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \qquad (15.12)$$

अब आप एक प्रारूपी सोलेनॉइड के स्व-प्रेरकत्व और विरोधी विद्युत्-वाहक बल के परिमाण ज्ञात करें।

बोध प्रश्न 6 – स्व-प्रेरकत्व

1m लंबे और 20 cm व्यास वाले सोलेनॉइड में तार के 10000 फेरे हैं। इसमें प्रवाहित हो रही 2.5 A धारा 1.0 ms में नियत दर से शून्य हो जाती है। जब धारा को शून्य किया जाता है तो प्रेरक के विरोधी विद्युत्-वाहक बल का परिमाण क्या होगा? $\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6}$ Hm^{-1} लें।

आपने इस भाग में सीखा है कि एक प्रेरक में विरोधी विद्युत्-वाहक बल, परिपथ में धारा परिवर्तन का विरोध करता है। इस बल का परिमाण इस बात पर निर्भर करता है कि धारा में परिवर्तन कितनी तेज़ी से होता है। यदि हम बहुत ही थोड़े समय में धारा को रोकने की कोशिश करें, तो $\frac{di}{dt}$ काफ़ी अधिक होगा और एक बहुत बड़ा विरोधी विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न होगा।

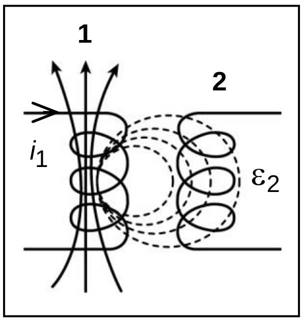
यही कारण है कि **सोलेनॉइड जैसी युक्तियों को बंद करने पर उत्पन्न प्रेरित धाराओं के कारण संवेदनशील इलेक्ट्रॉनिक युक्तियां नष्ट हो सकती हैं।** बोध प्रश्न 6 को हल करने पर आपने इस बात की ओर अवश्य ध्यान दिया होगा कि उन परिपथों के, जिनमें बड़े-बड़े प्रेरक लगे हुए हैं, स्विच बंद करते समय काफ़ी सतर्कता बरतने की आवश्यकता होती है।

अपने दैनिक जीवन में भी प्रायः आप यह देखते होंगे कि जब आप बिजली का स्विच बंद करते हैं तो एक चिंगारी-सी निकलती है। क्या आप बता सकते हैं कि ऐसा क्यों होता है? ऐसा विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण के कारण होता है, जो परिपथ में धारा बनाये रखने की कोशिश करता है, भले ही धारा को परिपथ में गैप को कूद कर भी क्यों न बहना पड़े।

आइए, अब हम दूसरी स्थिति पर विचार करें, जहां दो कुंडलियों को आस-पास रखा जाता है। एक कुंडली में बह रही धारा में परिवर्तन के कारण उसके पास रखी कुंडली में प्रेरित धारा बहती है।

यह **अन्योन्य प्रेरण** की परिघटना है और इससे संबद्ध परिपथों के गुणधर्म को **अन्योन्य प्रेरकत्व** कहा जाता है। इस परिघटना का अनुप्रयोग विद्युत्-शक्ति वितरणों तंत्रों में प्रयुक्त होने वाले ट्रांसफ़ॉर्मरों में होता है।

15.4.2 अन्योन्य प्रेरकत्व



चित्र 15.11: दो कुंडलियों का अन्योन्य प्रेरकत्व।

तार की दो कुंडलियां 1 और 2 एक-दूसरे के निकट विरामावस्था में स्थित हैं (चित्र 15.11 देखें)। मान लें कि जब कुंडली 1 में धारा i_1 प्रवाहित होती है तो इससे एक चुंबकीय क्षेत्र B_1 उत्पन्न होता है। क्योंकि दोनों कुंडलियां एक-दूसरे के पास रखी हैं, इसलिए चुंबकीय क्षेत्र B_1 कुंडली 2 से भी होकर गुज़रेगा। मान लें कि कुंडली 2 से संबद्ध B_1 का चुंबकीय अभिवाह Φ_2 है। अब अगर i_1 में परिवर्तन हो तो B_1 और Φ_2 में भी परिवर्तन होगा और कुंडली 2 में विद्युत्-वाहक बल ε_2 प्रेरित होगा। इस प्रेरित विद्युत्-वाहक बल के कारण कुंडली 2 में एक प्रेरित धारा प्रवाहित होने लगेगी।

इस तरह, जब भी कुंडली 1 की धारा में परिवर्तन होगा, कुंडली 2 में एक प्रेरित धारा प्रवाहित होने लगेगी। क्योंकि चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_1$ का परिमाण धारा i_1 के समानुपाती होता है, इसलिए कुंडली 2 में $\vec{\mathbf{B}}_1$ का चुंबकीय अभिवाह भी i_1 के समानुपाती होगा। अतः, बायो-सावर्ट नियम (इकाई 12) के अनुसार, इसका मान है :

$$\vec{\mathbf{B}}_1 = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi} \oint \frac{d\vec{\mathbf{l}}_1 \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \qquad (15.13\text{क})$$

और $$\Phi_2 = \iint_S \vec{\mathbf{B}}_1 . d\vec{\mathbf{S}}_2 \qquad (15.13\text{ख})$$

इस तरह, समीकरणों (15.13क और ख) से हम लिख सकते हैं कि

$$\Phi_2 \propto i_1 \qquad (15.13\text{ग})$$

आनुपातिकता स्थिरांक को दो कुंडलियों का **अन्योन्य प्रेरकत्व** कहा जाता है और इसका प्रतीक M है। अतः,

$$\Phi_2 = M i_1 \qquad (15.14)$$

या $$\frac{d\Phi_2}{dt} = M \frac{di_1}{dt} \qquad (15.15)$$

फ़ैराडे नियम के अनुसार, कुंडली 2 में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल है :

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \qquad (15.16)$$

दो कुंडलियों या परिपथों का अन्योन्य प्रेरकत्व एक शुद्ध ज्यामितीय राशि होती है जो उनके आकार-प्रकार और आपेक्षिक विन्यास पर निर्भर करती है। अन्योन्य प्रेरकत्व का मात्रक भी हेनरी (H) है।

अब मान लें कि हम पहले कुंडली 2 में धारा i_2 में परिवर्तन करके उसके कारण चुंबकीय क्षेत्र B_2 में परिवर्तन करते हैं। तब चुंबकीय क्षेत्र B_2 में परिवर्तन के कारण कुंडली 1 से संबद्ध B_2 के चुंबकीय अभिवाह Φ_1 में परिवर्तन होगा। इसके कारण कुंडली 1 में विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होगा। कुंडली 1 में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल के लिए हमें समीकरण (15.16) जैसा ही परिणाम प्राप्त होगा :

$$\varepsilon_1 = -M \frac{di_2}{dt} \qquad (15.17)$$

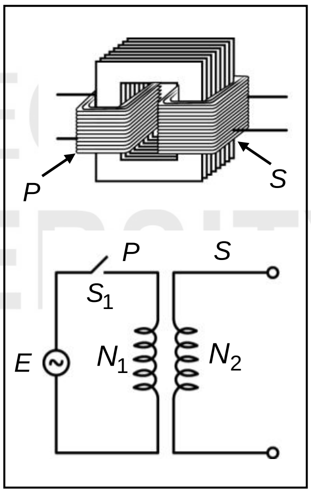
सामान्य इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में अन्योन्य प्रेरकत्व का परिसर माइक्रोहेनरी (μH) से अनेक हेनरी तक होता है।

अन्योन्य प्रेरकत्व की परिघटना का एक अत्यंत महत्वपूर्ण अनुप्रयोग ट्रांसफ़ॉर्मर में देखने को मिलता है। आइए, हम इस पर कुछ विस्तृत चर्चा करें।

15.4.3 ट्रांसफ़ॉर्मर

अभी आपने पढ़ा है कि एक कुंडली की परिवर्ती धारा के कारण दूसरी कुंडली में विद्युत्-वाहक बल प्रेरित हो जाता है। और, दूसरी कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल का मान कुंडली से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह की परिवर्तन दर के बराबर होता है। मान लें कि हम दो कुंडलियां लेते हैं और उनमें से एक कुंडली को एक ए सी जेनरेटर से जोड़ देते हैं। धारा में लगातार परिवर्तन होते रहने से दूसरी कुंडली में परिवर्ती चुंबकीय अभिवाह उत्पन्न होता है। इस परिवर्ती चुंबकीय अभिवाह के कारण दूसरी कुंडली में एक प्रत्यावर्ती विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है जिसकी आवृत्ति वही होती है जो पहली कुंडली में बहने वाली धारा की होती है। अब यदि हम **दूसरी कुंडली में फेरों की संख्या पहली कुंडली के फेरों की संख्या से अधिक** कर दें, तो पहली कुंडली के विद्युत्-वाहक बल की तुलना में दूसरी कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल का मान अधिक किया जा सकता है। ऐसा इसलिए है क्योंकि एक दिए हुए चुंबकीय क्षेत्र में कुंडली से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह, कुंडली के फेरों की संख्या के समानुपाती होता है। यह एक **उच्चायी** (step-up) **ट्रांसफॉर्मर** का बुनियादी सिद्धांत है।

इसी तरह, दूसरी कुंडली के फेरों की संख्या को कम करके, पहली कुंडली के विद्युत्-वाहक बल की तुलना में दूसरी कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल को कम किया जा सकता है। यह **अपचायी** (step-down) ट्रांसफॉर्मर का बुनियादी सिद्धांत है। इस तरह के ट्रांसफॉर्मर विद्युत् शक्ति वितरण तंत्रों में पाये जाते हैं।



चित्र 15.12: ट्रांसफ़ॉर्मर का व्यवस्था आरेख।

आइए, हम दूसरी कुंडली (जिसे **द्वितीयक कुंडली** [secondary coil] भी कहा जाता है) और पहली कुंडली, (जिसे **प्राथमिक कुंडली** [primary coil] भी कहा जाता है) में वोल्टताओं के परिमाण ज्ञात करें। चित्र 15.12 में ट्रांसफ़ार्मर का एक व्यवस्था आरेख दिखाया गया है। इसमें N_1 फेरों वाली एक प्राथमिक कुंडली (P) है।

जब स्विच S_1 को बंद कर दिया जाता है तो प्राथमिक कुंडली में धारा प्रवाहित होने लगती है। जैसे-जैसे धारा में वृद्धि होती है वैसे-वैसे परिपथ से गुज़रने वाले चुंबकीय अभिवाह में वृद्धि होती है। इसके कारण प्राथमिक कुंडली में एक विरोधी विद्युत्-वाहक बल ε_1 उत्पन्न होता है। यदि कुंडली के प्रतिरोध की उपेक्षा कर दी जाए तो यह विरोधी विद्युत्-वाहक बल लागू की गई वोल्टता E के बराबर होता है। फ़ैराडे नियम के अनुसार विरोधी विद्युत्-वाहक बल ε_1 का परिमाण होता है :

$$\varepsilon_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} = E \qquad (15.18\text{क})$$

अब प्राथमिक कुंडली का परिवर्ती अभिवाह द्वितीयक कुंडली S से गुज़रता है और इस तरह उसमें एक विद्युत्-वाहक बल ε_2 प्रेरित होता है जिसका परिमाण होता है :

$$\varepsilon_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \qquad (15.18\text{ख})$$

जहां N_2 द्वितीयक कुंडली में फेरों की संख्या है। समीकरणों (15.18क और ख) से $\frac{d\Phi}{dt}$ का निराकरण करने पर हमें मिलता है :

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{15.19}$$

इस तरह, हम यह पाते हैं कि ट्रांसफ़ॉर्मर की दो कुंडलियों में तात्क्षणिक विद्युत्-वाहक बल या वोल्टताएं, कुंडलियों पर फेरों की संख्या के अनुपात में होती हैं। प्राथमिक कुंडली और द्वितीयक कुंडली में फेरों के अनुपात को निश्चित करके हम एक **उच्चायी** या **अपचायी** ट्रांसफ़ॉर्मर बना सकते हैं जो दी हुई ए सी वोल्टता को किसी भी स्तर तक रूपांतरित कर सकता है। उदाहरण के लिए, यदि हम चाहते हैं कि एक अपचायी ट्रांसफ़ॉर्मर 22000 V की उच्च ग्रिड वोल्टता को 220 V की मेन्स वोल्टता में रूपांतरित कर दे, तो इसके लिए हमें लेना चाहिये,

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{22000\,\text{V}}{220\,\text{V}} = \frac{1000}{1}$$

इस तरह, द्वितीयक कुंडली के प्रत्येक फेरे के संगत प्राथमिक कुंडली पर 1000 फेरे होने चाहिए। व्यवहार में, केवल एक ट्रांसफ़ॉर्मर से नहीं बल्कि अनेक उपकेन्द्रों के ज़रिए उच्च ग्रिड वोल्टता को कम मान वाली मेन्स वोल्टता में बदला जाता है जैसाकि आपने अपने शहर या आस-पास के शहर में देखा होगा। विद्युत् शक्ति वितरण तंत्र में उच्च वोल्टता को निम्न वोल्टता में रूपांतरित करने के लिए अनेक ट्रांसफ़ॉर्मरों का उपयोग किया जाता है।

अब आप थोड़ा रुक कर दोहराना चाहेंगे कि आपने अभी तक क्या सीखा है। अभी तक आपने विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण की परिघटना का अध्ययन किया है और फ़ैराडे के नियम, लेन्ज़ के नियम, स्व-प्रेरकत्व, अन्योन्य प्रेरकत्व और इनके कुछ अनुप्रयोगों के बारे में पढ़ा है। अब हम इससे संबंधित एक अन्य महत्वपूर्ण पहलू अर्थात् चुंबकीय क्षेत्र में ऊर्जा के संचयन पर चर्चा करेंगे।

इस पाठ्यक्रम के खंड 2 से याद करें कि जब हम दो विजातीय आवेशों को एक-दूसरे से दूर ले जाते हैं तो हमें उनके बीच लग रहे आकर्षण बल के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है। परिणामी स्थितिज ऊर्जा उन आवेशों के विद्युत्-क्षेत्र में संचित होती है। इसी प्रकार हम चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा की बात करते हैं। आइए, अब हम उसका व्यंजक प्राप्त करें।

15.5 चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा

स्व-प्रेरकत्व के बारे में पढ़ते हुए आपने एक प्रेरक के विरोधी विद्युत्-वाहक बल की अवधारणा सीखी है। आप जानते हैं कि परिपथ में **धारा को प्रवाहित करने के लिए विरोधी विद्युत्-वाहक बल के विरुद्ध** कार्य करना होता है। इसका अर्थ है कि परिपथ में प्रेरित धारा प्रवाहित करने के लिए कुछ ऊर्जा लगती है। इस ऊर्जा को धारा के चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा माना जा सकता है। इकाई के इस भाग में हम प्रेरक युक्त धारावाही परिपथ में संचित ऊर्जा का परिमाण ज्ञात करेंगे और फिर चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा ज्ञात करेंगे।

15.5.1 प्रेरक युक्त धारावाही परिपथ में संचित ऊर्जा

जब स्व-प्रेरकत्व L वाले प्रेरक युक्त परिपथ या लूप में धारा प्रवाहित होना शुरू करती है या वह बढ़ती है तब उसमें एक विरोधी विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है जो धारा के प्रवाह का विरोध करता है। अतः, धारा प्रवाह शुरू करने के लिए या धारा के मान में वृद्धि करने के लिए, प्रेरक के विरोधी विद्युत्-वाहक बल के विरुद्ध कार्य करना होता है। यह कार्य, धारा का मान शून्य से i तक बढ़ाने के लिए आवश्यक कार्य के बराबर होता है। यह कार्य, उस परिपथ में जिसमें परिमित स्व-प्रेरकत्व वाला प्रेरक जुड़ा हो, चुंबकीय ऊर्जा के रूप में संचित होता है। इस चुंबकीय ऊर्जा का मान नियत होता है और उसे वापस प्राप्त किया जा सकता है। यह ऊर्जा हमें तब वापस मिलती है जब परिपथ में धारा प्रवाह बंद कर दिया जाता है या धारा को शून्य कर दिया जाता है। हम इस चुंबकीय ऊर्जा की गणना फ़ैराडे के विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण के नियम से कर सकते हैं।

मान लें कि एक प्रेरक युक्त परिपथ में वोल्टता V वाला स्रोत जुड़ा है। जब परिपथ में धारा बढ़ती है, तो विरोधी विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न होता है और वह धारा प्रवाह का विरोध करता है। मान लें कि किसी क्षण पर विरोधी विद्युत्-वाहक बल ε है। इसका मान है :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (15.20\text{क})$$

आइए, हम विरोधी विद्युत्-वाहक बल ε के विरुद्ध आवेश q द्वारा किया गया कार्य परिकलित करें। यदि परिपथ में धारा i और प्रतिरोध R है, तो किरख़ॉफ वोल्टता नियम को परिपथ पर लागू करके हम लिख सकते हैं :

$$V = \frac{d\Phi}{dt} + Ri \qquad (15.20\text{ख})$$

परिपथ में अल्प समयांतराल dt में प्रवाहित होने वाला आवेश $dq\ (= i\,dt)$ है। समयांतराल dt में आवेश dq को परिपथ में गति देने के लिए वोल्टता V द्वारा किया गया कार्य dW है (हाशिए पर दी गई टिप्पणी पढ़ें) :

$$dW = V\,dq = V\,i\,dt = i\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)dt + Ri^2\,dt = i\,d\Phi + Ri^2\,dt \qquad (15.20\text{ग})$$

याद रहे कि समीकरण (15.20ग) प्राप्त करने के लिए हमने समीकरण (15.20ख) से V का मान उसमें रखा है और इस परिणाम का उपयोग किया है :

$$\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)dt = d\Phi$$

क्या आप समीकरण (15.20ग) के दायें पक्ष में पद $Ri^2\,dt$ को पहचान सके? यह परिपथ में मौजूद प्रतिरोध के कारण होने वाले जूल ऊष्मा ह्रास के बराबर है जो कि अव्युत्क्रमणीय है। पद $i\,d\Phi$ परिपथ में विरोधी विद्युत्-वाहक बल के विरुद्ध किए गए कार्य के बराबर है। इस समय हमें जूल ऊष्मा ह्रास की चिंता नहीं है। अतः, हम अपनी चर्चा में $Ri^2\,dt$ पर ध्यान नहीं देंगे। तब V द्वारा किया गया कार्य परिपथ की चुंबकीय ऊर्जा में हुई वृद्धि dU के बराबर है। इस तरह,

$$dU = i\,d\Phi = L\,i\,di \qquad (15.21\text{क})$$

क्योंकि $\Phi = Li$ । जब धारा का मान शून्य से अंतिम मान i तक बढ़ाया जाता है, तो परिपथ में संचित ऊर्जा का मान होता है :

$$U = L\int_0^i i\,di \qquad (15.21\text{ख})$$

या $$U = \frac{1}{2}Li^2 \qquad (15.22)$$

यह प्रेरक युक्त परिपथ में ऊर्जा के संचित होने का एक विशेष उदाहरण है। हम पृष्ठ और आयतन धाराओं के लिए समीकरण (15.22) का व्यापकीकरण कर सकते हैं। तब हम यह दिखा सकते हैं कि किस प्रकार इस ऊर्जा को अपरिवर्ती धारा द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की ऊर्जा माना जा सकता है। अब हम यही करेंगे।

15.5.2 चुंबकीय क्षेत्र ऊर्जा

आप जानते हैं कि एकल लूप में चुंबकीय अभिवाह Li के बराबर होता है, जहां L इसका प्रेरकत्व है और i, लूप में प्रवाहित धारा है :

$$\Phi = Li \qquad (15.23\text{क})$$

आप यह भी जानते हैं कि $\Phi = \iint_S \vec{\mathbf{B}}.\,d\vec{\mathbf{S}}$ (15.23ख)

खंड 3 की इकाई 13 से आप जानते हैं कि $\vec{\mathbf{B}}$ का डाइवर्जेन्स शून्य है। अतः, हम सदिश सर्वसमिका $\vec{\nabla}\,.\,(\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{A}}) = 0$ जहां $\vec{\mathbf{A}}$ एक सदिश क्षेत्र है [इस पाठ्यक्रम के खंड 1 की इकाई 2 का समीकरण (2.10छ)] का प्रयोग करके $\vec{\mathbf{B}}$ को $\vec{\mathbf{A}}$ के पदों में लिख सकते हैं :

$$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{A}} \qquad (15.23\text{ग})$$

यहां $\vec{\mathbf{A}}$ को चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ से संबंधित **सदिश विभव** कहा जाता है। अतः, समीकरण (15.23ग) को समीकरण (15.23ख) में रखने पर हमें मिलता है :

$$\Phi = \iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{A}}).d\vec{\mathbf{S}} \qquad (15.23\text{घ})$$

स्टोक्स प्रमेय [इस पाठ्यक्रम के खंड 1 की इकाई 4 का समीकरण (4.19)] को समीकरण (15.23घ) पर लागू करने पर हम लिख सकते हैं कि

$$\Phi = \oint_C \vec{\mathbf{A}}.d\vec{\mathbf{l}} \qquad (15.23\text{च})$$

इस तरह, समीकरणों (15.23क और 15.23**च**) से हमें मिलता है :

$$Li = \oint_C \vec{\mathbf{A}}.d\vec{\mathbf{l}} \qquad (15.24)$$

अतः, समीकरण (15.22) से इस परिपथ की ऊर्जा है :

$$U = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\,i\oint_C \vec{\mathbf{A}}.d\vec{\mathbf{l}} \qquad (15.25)$$

अब इस व्यंजक का व्यापकीकरण करने के लिए, आइए, हम यह मान लें कि हमारे पास तार से बना धारा परिपथ नहीं है। इस 'परिपथ' के बजाय हमारे पास एक बंद पथ है जो एक धारा घनत्व रेखा का अनुसरण करता है।

तब समीकरण (15.25) से प्राप्त U इस स्थिति का सन्निकटन कर सकता है यदि हम

$i\,d\vec{\mathbf{l}}$ के स्थान पर $\vec{\mathbf{J}}dV$ और $\oint_C$ के स्थान पर $\iiint_V$

लें जहां V धारा द्वारा धारण किया गया आयतन है। तब हम समीकरण (15.25) को इस तरह लिख सकते हैं :

$$U = \frac{1}{2}\iiint_V \vec{\mathbf{A}}.\vec{\mathbf{J}}\,dV \qquad (15.26\text{क})$$

ऐम्पियर नियम $(\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{B}} = \mu_0\vec{\mathbf{J}})$, [इस पाठ्यक्रम के खंड 3 की इकाई 13 देखें] का प्रयोग करने पर हमें मिलता है :

$$U = \frac{1}{2\mu_0}\iiint_V \vec{\mathbf{A}}.(\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{B}})dV \qquad (15.26\text{ख})$$

अब हम इस पाठ्यक्रम के खंड 1 की इकाई 2 के समीकरण (2.9च) द्वारा दी गई सदिश सर्वसमिका

$$\vec{\nabla}.(\vec{\mathbf{A}}\times\vec{\mathbf{B}}) = \vec{\mathbf{B}}.(\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{A}}) - \vec{\mathbf{A}}.(\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{B}})$$

का प्रयोग करके लिख सकते हैं :

$$\vec{\mathbf{A}}.(\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{B}}) = \vec{\mathbf{B}}.(\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{A}}) - \vec{\nabla}.(\vec{\mathbf{A}}\times\vec{\mathbf{B}})$$

$$= \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{B}} - \vec{\nabla}.(\vec{\mathbf{A}}\times\vec{\mathbf{B}}) \quad [\because\ \vec{\mathbf{B}} = (\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{A}})]$$

तब हमें मिलता है :

$$U = \frac{1}{2\mu_0}\left(\iiint_V \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{B}}dV - \iiint_V \vec{\nabla}.(\vec{\mathbf{A}}\times\vec{\mathbf{B}})dV\right)$$

या

$$U = \frac{1}{2\mu_0}\left(\iiint_V \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{B}}dV - \oiint_S (\vec{\mathbf{A}}\times\vec{\mathbf{B}}).d\vec{\mathbf{S}}\right) \qquad (15.26\text{ग})$$

जहां हमने दूसरे पद में डाईवर्जेन्स प्रमेय [खंड 1, इकाई 4 का समीकरण (4.40)] का प्रयोग किया है और S वह पृष्ठ है जो V को परिबद्ध करता है। समाकलन, धारा द्वारा धारण किए गए पूरे आयतन पर करना होता है। फिर भी, परिणाम में कोई अंतर लाए बिना समाकलन के लिए हम एक बड़ा प्रदेश ले सकते हैं, क्योंकि धारा i द्वारा धारण किए गए आयतन से परे $\vec{\mathbf{J}}$ का मान शून्य होगा। आइए, हम आयतन समाकल को इतना व्यापक बना दें कि उसमें समस्त समष्टि शामिल हो जाए। इस स्थिति में पृष्ठ समाकल का योगदान शून्य हो जाता है, क्योंकि धारा से पृष्ठ जितनी अधिक दूरी पर होगा, पृष्ठ के उन भागों में $\vec{\mathbf{B}}$ और $\vec{\mathbf{A}}$ के मान उतने ही अल्प होंगे। इस तरह, हमारे पास यह बचा रहता है :

$$U = \frac{1}{2\mu_0}\iiint_V \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{B}}dV = \frac{1}{2\mu_0}\iiint_V B^2\,dV \qquad (15.27)$$

इस परिणाम को ध्यान में रखकर तब हम यह कह सकते हैं कि धारा-वाहक परिपथों की ऊर्जा को इन धाराओं द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र में संचित माना जा सकता है, जिसकी

प्रति एकक आयतन मात्रा $\frac{B^2}{2\mu_0}$ होती है। इस तरह, चुंबकीय क्षेत्रों में संचित ऊर्जा के बारे में हम दो तरह से सोच सकते हैं और ये दोनों बिल्कुल तुल्य होते हैं यानी चुंबकीय क्षेत्र में संचित प्रति एकक आयतन ऊर्जा का मान या तो $\frac{1}{2\mu_0}(\vec{\mathbf{A}}.\vec{\mathbf{J}})$ या $\frac{B^2}{2\mu_0}$ होता है।

क्या आपको यह बात अटपटी नहीं लगी कि किसी चुंबकीय क्षेत्र को स्थापित करने के लिए कार्य करना होता है? आखिरकार, चुंबकीय क्षेत्र स्वयं तो कार्य नहीं करता। यहां समझने वाली बात यह है कि जहां पर पहले चुंबकीय क्षेत्र शून्य हो, वहां एक चुंबकीय क्षेत्र स्थापित करने के लिए चुंबकीय क्षेत्र के मान में परिवर्तन करना होगा। और जैसाकि आप फ़ैराडे के विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण के नियम से जानते हैं, **परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र**, **विद्युत्-क्षेत्र** को प्रेरित करता है। यह विद्युत्-क्षेत्र **कार्य कर सकता** है। अतः, शुरू में और अंत में विद्युत्-क्षेत्र मौजूद नहीं है। लेकिन प्रारंभ और अंत के बीच के अंतराल में, जब चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन हो रहा होता है, तब एक **विद्युत्-क्षेत्र मौजूद होता है**। इसी विद्युत्-क्षेत्र के विरुद्ध कार्य किया जाता है। किया गया यही कार्य चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा के रूप में उपस्थित होता है और इसे **चुंबकीय क्षेत्र ऊर्जा** कहते हैं।

अब हम इस इकाई में प्रस्तुत अवधारणाओं का सार देंगे।

15.6 सारांश

अवधारणा	विवरण
विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण और फ़ैराडे का नियम	■ **विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण** वह परिघटना है जिसमें **परिवर्ती** चुंबकीय क्षेत्र में रखे परिपथ/कुंडली/लूप में विद्युत्-वाहक बल और विद्युत् धारा **प्रेरित** होते हैं। इसकी व्याख्या के लिए एक नये सिद्धांत की आवश्यकता हुई जिसे फ़ैराडे का विद्युत्-चुंबकीय प्रेरण का नियम कहा जाता है : **परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र प्रेरित विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न करता है**। गणितीय रूप से फ़ैराडे का नियम, परिपथ/कुंडली/लूप में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल ε का, परिपथ/कुंडली/लूप से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह Φ_B में परिवर्तन से संबंध देता है : $$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$ फ़ैराडे के नियम को दो बिल्कुल समतुल्य समाकल और अवकल रूपों में व्यक्त किया जा सकता है जो प्रेरित विद्युत्-क्षेत्र और परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र का संबंध देते हैं : $$\oint_C \vec{\mathbf{E}}\,.\,d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}}$$ $$\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$$ **प्रेरित विद्युत्-क्षेत्र संरक्षी नहीं होता** जबकि विरामावस्था में स्थित आवेश का **स्थिर वैद्युत क्षेत्र संरक्षी होता है**। अतः, प्रेरित विद्युत्-क्षेत्र द्वारा बंद परिपथ में गतिमान आवेशों पर किया गया कार्य शून्य नहीं होता।

लेन्ज़ नियम

■ प्रेरित धारा की दिशा **लेन्ज़ के नियम** द्वारा दी जाती है : प्रेरित धारा ऐसा चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है जो उसे उत्पन्न करने वाले चुंबकीय अभिवाह में **परिवर्तन** का विरोध करता है। हम लेन्ज़ के नियम का कथन इस तरह भी देते हैं : प्रेरित धारा (या प्रेरित विद्युत्-वाहक बल) की दिशा ऐसी होती है कि वह इसको उत्पन्न करने वाले **परिवर्तन** का विरोध करती है। गणितीय रूप में लेन्ज़ का नियम फ़ैराडे के नियम के दक्षिण पक्ष में लगे ऋण चिन्ह से प्रदर्शित होता है। लेन्ज़ का नियम ऊर्जा संरक्षण का परिणाम है।

विरोधी विद्युत्-वाहक बल

■ एक कुंडली या परिपथ में बह रही धारा में हो रहे परिवर्तन के कारण उसी कुंडली या परिपथ से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन होता है, जो उसमें **विरोधी विद्युत्-वाहक बल** प्रेरित करता है। **प्रेरक में विरोधी विद्युत्-वाहक बल, प्रेरक धारा के परिवर्तन की दर पर निर्भर करता है** और धारा में हो रहे परिवर्तन का विरोध करता है।

स्व-प्रेरकत्व

■ जब तार की कुंडली में बह रही धारा में परिवर्तन होता है, तब उसमें से होकर जाने वाले चुंबकीय क्षेत्र और चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन के कारण **उसी** कुंडली में विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होता है, जो कुंडली में बह रही धारा में हो रहे परिवर्तन का विरोध करता है। इस स्थिति में हम कुंडली, जिसे **प्रेरक** भी कहते हैं, से एक गुणधर्म संबद्ध करते हैं जो **स्व-प्रेरकत्व** कहलाता है। कुंडली का स्व-प्रेरकत्व L उससे होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह Φ और उसमें बह रही धारा i के अनुपात के बराबर होता है :

$$L = \frac{\Phi}{i}$$

प्रेरक अपने में प्रवाहित धारा में तात्क्षणिक परिवर्तन का विरोध करता है। फ़ैराडे का नियम प्रेरक के विद्युत्-वाहक बल और उसमें बह रही धारा के परिवर्तन की दर में संबंध देता है :

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

लंबाई ℓ, अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल A और N फेरों वाले सोलेनॉइड का स्व-प्रेरकत्व होता है :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

अन्योन्य प्रेरकत्व

■ जब दो कुंडलियां एक-दूसरे के पास स्थित होती हैं, जिससे कि एक कुंडली से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह दूसरी कुंडली में से होकर गुज़रता हो, तो एक कुंडली की धारा में परिवर्तन के कारण दूसरी कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न होता है। कुंडलियों का यह गुणधर्म **अन्योन्य प्रेरण** कहलाता है। दो कुंडलियों का **अन्योन्य प्रेरकत्व** दूसरी कुंडली से होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह और पहली कुंडली में बह रही धारा के अनुपात के बराबर होता है :

$$M = \frac{\Phi_2}{i_1}$$

फ़ैराडे का नियम दूसरी कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल और पहली कुंडली में बह रही धारा के परिवर्तन की दर में संबंध देता है :

$$\varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt}$$

यही अन्योन्य प्रेरकत्व M दूसरी कुंडली में बह रही धारा के परिवर्तन के कारण पहली

कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल को भी अभिलक्षित करता है।

ट्रांसफ़ॉर्मर

■ ट्रांसफ़ॉर्मर की प्राथमिक (ε_1) और द्वितीयक (ε_2) कुंडलियों में तात्क्षणिक विद्युत्-वाहक बल या वोल्टताएं, कुंडलियों पर फेरों की संख्या के अनुपात में होती हैं :

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

जहां N_1 और N_2 क्रमशः प्राथमिक और द्वितीयक कुंडलियों में फेरों की संख्या है।

प्रेरक युक्त परिपथ में संचित ऊर्जा

■ प्रेरक युक्त परिपथ में धारा को प्रवाहित करने और उसका चुंबकीय क्षेत्र स्थापित करने के लिए कार्य करना होता है। यह कार्य परिपथ में ऊर्जा के रूप में संचित होता है। प्रेरक युक्त परिपथ में संचित ऊर्जा होती है :

$$U = \frac{1}{2}Li^2$$

जहां L प्रेरक का स्व-प्रेरकत्व है जब उसमें धारा i बह रही हो।

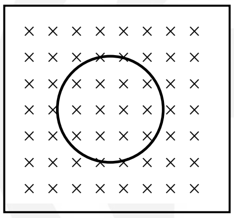
चुंबकीय क्षेत्र ऊर्जा

■ चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ में संचित ऊर्जा होती है :

$$U = \frac{1}{2\mu_0}\iiint_V \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{B}}\,dV$$

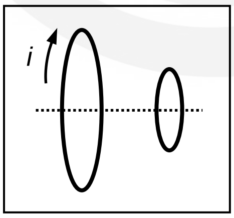
यह व्यंजक व्यापक है और एक प्रेरक, दो या अधिक प्रेरकों, और धाराओं के पृष्ठ और आयतन वितरणों पर लागू होता है।

15.7 अंत में कुछ प्रश्न



चित्र 15.13: अंत के प्रश्न 1 के लिए चित्र।

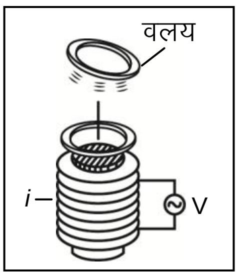
1. त्रिज्या 20 cm वाला तार का एक लूप जिसका प्रतिरोध 5.0Ω है, एकसमान चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ में क्षेत्र के लंबवत् रखा है (चित्र 15.13)। चुंबकीय क्षेत्र की दिशा पृष्ठ के भीतर की ओर है और उसका परिमाण $0.10\ \mathrm{T\,s^{-1}}$ की दर से बढ़ रहा है। लूप में प्रेरित धारा की दिशा और परिमाण ज्ञात करें।



चित्र 15.14: अंत के प्रश्न 2 के लिए चित्र।

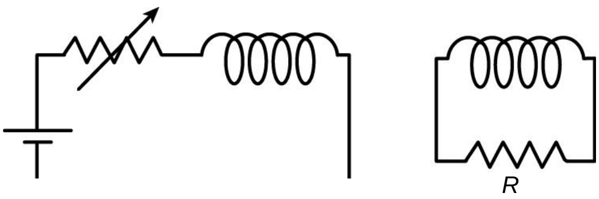
2. चित्र 15.14 के छोटे लूप में प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी जबकि एक बैटरी द्वारा, जिसे चित्र में नहीं दिखाया गया है, बड़े लूप में बायीं ओर से देखने पर दक्षिणावर्त धारा अचानक स्थापित की जाती है?

3. सोलेनॉइड पर रखा धातु का एक वलय, सोलेनॉइड में धारा प्रवाहित होने पर उछल जाता है (चित्र 15.15)। समझाएं कि ऐसा क्यों होता है।



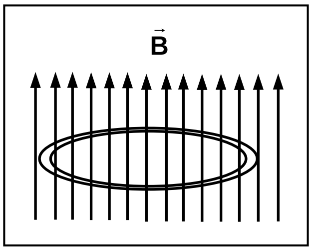
चित्र 15.15: अंत के प्रश्न 3 के लिए चित्र।

4. चित्र 15.16 में दो कुंडलियां दिखाई गई हैं। यदि परिवर्ती प्रतिरोध का मान बढ़ाया जाये तो नियत प्रतिरोध R में बहने वाली प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी?



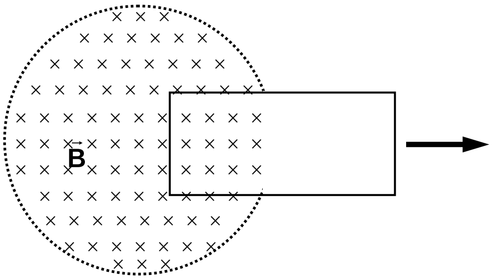
चित्र 15.16: अंत के प्रश्न 4 के लिए चित्र।

5. धातु का एक क्षैतिज वलय, एकसमान चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में रखा है। चुंबकीय क्षेत्र की दिशा वलय के ऊपर से देखने पर, ऊपर की ओर है (चित्र 15.17)। यदि चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B}$ को शून्य कर दिया जाए तो वलय में प्रेरित धारा किस दिशा में प्रवाहित होगी?



चित्र 15.17: अंत के प्रश्न 5 के लिए चित्र।

6. तांबे का एक पटल चुंबकीय क्षेत्र में रखा जाता है (चित्र 15.18)। जब हम पटल को क्षेत्र में बाहर की ओर गति देते हैं तो हमें लगता है कि एक प्रतिरोधक बल इस गति को रोक रहा है। समझाएं कि यह प्रतिरोधक बल कैसे उत्पन्न होता है।



चित्र 15.18: अंत के प्रश्न 6 के लिए चित्र।

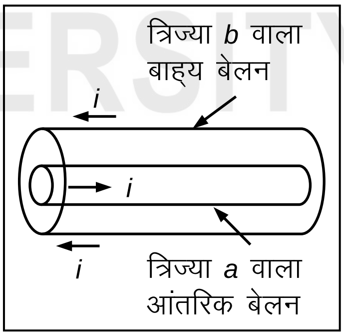
7. 9.7 mH स्व-प्रेरकत्व वाले सोलेनॉइड में 35 mV का विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न करने के लिए सोलेनॉइड की धारा में परिवर्तन की दर क्या होनी चाहिए?

8. एक इग्नीशन कुंडली (जो दो कुंडलियों से बनी होती है) में 3.0 A धारा प्रवाहित होती है और वह स्पार्क प्लग को 24 kV का विद्युत्-वाहक बल प्रदान करती है। यदि हर 0.10 ms पर दोनों कुंडलियों में प्रवाहित धारा को रोका जाए, तो उनका अन्योन्य प्रेरकत्व क्या होगा?

9. एक सोलेनॉइड का व्यास 0.90 m है और लंबाई 2.2 m है। उसके केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र 0.40 T है। सोलेनॉइड के चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा ज्ञात करें।

10. एक लंबे समाक्ष केबल में धारा i त्रिज्या a वाले आंतरिक बेलन के पृष्ठ में अंदर की ओर प्रवाहित होती है और त्रिज्या b वाले बाह्य बेलन के अनुदिश लौट आती है (चित्र 15.19)। केबल के लंबाई ℓ के भाग में संचित ऊर्जा ज्ञात करें। दिया है कि बेलनों के बीच चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$ है और अन्यत्र शून्य है।

    अतएव, केबल की प्रति एकक लंबाई का स्व-प्रेरकत्व ज्ञात करें।



चित्र 15.19: अंत के प्रश्न 10 के लिए चित्र।

15.8 हल और उत्तर

बोध प्रश्न

1. ऐमीटर में स्थितियों (क) और (ग) में प्रेरित धारा के कारण विचलन होगा क्योंकि परिपथ से हो कर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में तभी परिवर्तन होता है जब परिपथ और विद्युत्-चुंबक एक-दूसरे के सापेक्ष गतिमान हों।

   जब वे एक-दूसरे के सापेक्ष विरामावस्था में होते हैं, तब चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन नहीं होता और ऐमीटर में विचलन नहीं होता।

2. इकाई 5 से आपको याद होगा कि स्थैतिक आवेशों के कारण स्थिर वैद्युत बल क्षेत्र संरक्षी होता है। अतः, स्थैतिक आवेशों के कारण स्थिर वैद्युत बल क्षेत्र और इसके संगत विद्युत्-क्षेत्र का कर्ल शून्य होता है। लेकिन समीकरण (15.5) से आप यह देख सकते हैं कि परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र द्वारा प्रेरित विद्युत्-क्षेत्र का कर्ल शून्येतर होता है। अतः, समीकरण (15.5) द्वारा दिया गया विद्युत्-क्षेत्र असंरक्षी होता है। इन दो प्रकार के विद्युत्-क्षेत्रों में यह आधारभूत अंतर होता है। परिणामस्वरूप जब आवेश एक बंद पथ में गतिमान होते हैं तब समीकरण (15.5) के विद्युत्-क्षेत्र के संगत बल, आवेशों पर कार्य कर सकते हैं। साथ ही, हम इस विद्युत्-क्षेत्र से संबद्ध अदिश विभव नहीं परिभाषित कर सकते।

3. समीकरण (15.1क) से प्रेरित विद्युत्-वाहक बल है : $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$ । उदाहरण 15.1 से एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के लिए कुंडली से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह है :

$$\Phi_B = BS\cos\omega t$$

जहां $\omega = 2\pi f$, f कुंडली के घूर्णन की आवृत्ति है और S, कुंडली के एक फेरे का क्षेत्रफल L^2 है (L वर्गाकार कुंडली की भुजा है)। अतः, N फेरों वाली कुंडली के लिए प्रेरित विद्युत्-वाहक बल है :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(NBS\cos\omega t)}{dt} = -NBL^2[-\omega\sin\omega t] \quad \text{या}$$

$$= -NBL^2[-2\pi f\sin(2\pi ft)] \quad \text{या} \quad \varepsilon = 2\pi NBL^2 f\sin(2\pi ft)$$

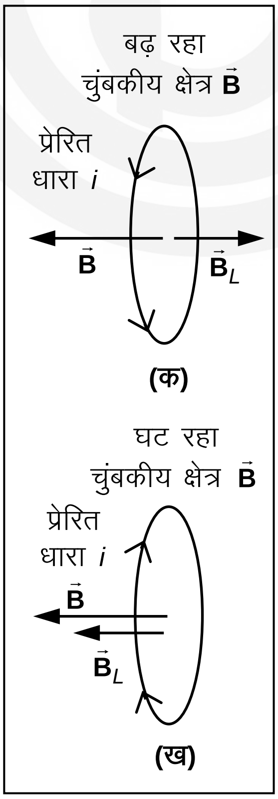
शिखर वोल्टता है : $\varepsilon_{peak} = 2\pi NBL^2 f$ और इसका मान 300V है। अतः,

$$300\,\text{V} = (2\pi)\times(10)\times(0.50\,\text{m})^2\times(50\,\text{Hz})B$$

या $$B = \frac{300\,\text{V}}{(2\pi)\times(10)\times(0.50\,\text{m})^2\times(50\,\text{Hz})} = 0.38\,\text{T}$$

यह प्रबल चुंबक के ध्रुवों के निकट प्रारूपी चुंबकीय क्षेत्र होता है।

4. चित्र 15.20 देखें। चित्र के भाग (क) में चुंबकीय क्षेत्र बढ़ रहा है। अतः, लूप से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह भी बढ़ रहा है। अतः, लूप में प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होगी कि वह इस वृद्धि का विरोध करे यानी प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$ की दिशा चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा के विपरीत होगी जैसाकि चित्र 15.20क में दिखाया गया है। अतः, दक्षिणहस्त नियम से, प्रेरित धारा लूप में वामावर्त दिशा में प्रवाहित होगी ताकि प्रेरित धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$, चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा के विपरीत दिशा में हो। चित्र के भाग (ख) में चुंबकीय क्षेत्र घट रहा है यानी लूप से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह भी घट रहा है। अतः, लूप में प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होगी कि वह इस कमी का विरोध करे यानी प्रेरित धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$, चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा में होगा जैसाकि चित्र 15.20ख में दिखाया गया है। अतः, दक्षिणहस्त नियम से, प्रेरित धारा लूप में दक्षिणावर्त दिशा में प्रवाहित होगी ताकि प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}_L$, चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा में हो। ध्यान दें कि चित्र में दिखाए गए तीर केवल दिशा दिखाते हैं, उनकी लंबाइयां क्षेत्रों के परिमाण नहीं दिखातीं।



चित्र 15.20: बोध प्रश्न 4 के उत्तर के लिए चित्र।

5. जब हम लूप को बल लगा कर खींचते हैं तब इसके क्षेत्रफल और इस तरह इससे होकर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में कमी आती है। प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि वह इस कमी का विरोध करती है यानी प्रेरित धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र, लूप से संबद्ध मूल चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में होना चाहिए। दिया है कि मूल चुंबकीय क्षेत्र की दिशा पृष्ठ के तल के लंबवत् और भीतर की ओर है। अतः, दक्षिणहस्त नियम से, प्रेरित धारा लूप में दक्षिणावर्त दिशा में प्रवाहित होनी चाहिए ताकि जब हम लूप को ऊपर से देखें तो प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा पृष्ठ के तल के लंबवत् और पृष्ठ के भीतर की ओर हो।

6. पहले हमें सोलेनॉइड का स्व-प्रेरकत्व मालूम करना होगा। समीकरण (15.12) से यह है :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{(1.26\times10^{-6}\,\text{Hm}^{-1})\times(10000)^2\times\pi\times(0.10\text{ m})^2}{1\,\text{m}} = 3.96\,\text{H}$$

अब, क्योंकि धारा में परिवर्तन नियत है, अतः, इसकी परिवर्तन दर का परिमाण है :

$$\frac{di}{dt} = \frac{2.5\,\text{A}}{1.0\,\text{ms}} = 2500\ \text{As}^{-1}$$

समीकरण (15.11) से, विरोधी विद्युत्-वाहक बल का परिमाण है :

$$|\varepsilon| = L\,\frac{di}{dt} = (3.96\,\text{H})\times(2500\ \text{As}^{-1}) = 9900\,\text{V} = 9.9\times10^3\ \text{V}$$

अंत में कुछ प्रश्न

1. ओम नियम से लूप में प्रवाहित हो रही प्रेरित धारा का परिमाण है : $I = \frac{\varepsilon}{R}$

अब हमें प्रेरित विद्युत्-वाहक बल ज्ञात करना है जो फ़ैराडे नियम से $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ है। अब, तार के लूप से होकर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह $\Phi_B = \iint_S \vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}}$ है।

क्योंकि समष्टि में चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ एकसमान है और लूप इसके लंबवत् है, अतः, $\vec{\mathbf{B}}.d\vec{\mathbf{S}} = BdS$ और हमें मिलता है :

$$\Phi_B = \iint_S B\,dS = B\iint_S dS = B\pi R^2,$$ जहां R लूप की त्रिज्या है।

क्योंकि लूप का क्षेत्रफल अचर है, अतः, विद्युत्-वाहक बल का परिमाण है :

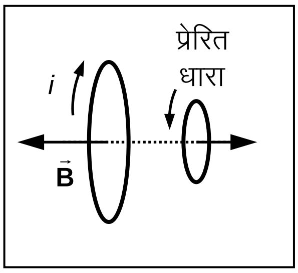
$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \pi R^2\frac{dB}{dt} = \pi(0.20\,\text{m})^2(0.10\ \text{Ts}^{-1}) = 1.26\times10^{-2}\,\text{V}$$

अतः, लूप में प्रवाहित हो रही प्रेरित धारा का परिमाण है :

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1.26\times10^{-2}\,\text{V}}{5.0\,\Omega} = 2.5\text{ mA}$$

क्योंकि पृष्ठ के अंदर की ओर दिशा वाले इस चुंबकीय क्षेत्र में वृद्धि हो रही है, अतः, प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होगी कि वह इस वृद्धि का विरोध करे। अतः, प्रेरित धारा का चुंबकीय क्षेत्र विपरीत दिशा में होना चाहिए यानी लूप में धारा वामावर्त दिशा में प्रवाहित होनी चाहिए जबकि हम लूप को ऊपर से देखें।

2. जब बड़े लूप में दक्षिणावर्त धारा स्थापित होती है, तो उसके कारण बढ़ रहा चुंबकीय क्षेत्र स्थापित होता है जिसकी दिशा बायीं ओर होती है (चित्र 15.21)। छोटे लूप में प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होनी चाहिए कि वह बढ़ रहे चुंबकीय क्षेत्र का विरोध करे। यानी छोटे लूप में प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा दायीं ओर होनी चाहिए। यह तभी होगा जबकि बायीं ओर से देखने पर छोटे लूप में प्रवाहित प्रेरित धारा वामावर्त दिशा में हो (दक्षिणहस्त नियम से)।



चित्र 15.21: अंत के प्रश्न 2 के उत्तर के लिए चित्र। $\vec{B}$ बायीं दिशा में बढ़ रहा है।

3. सोलेनॉइड में धारा प्रवाहित होने से पहले वलय में चुंबकीय अभिवाह शून्य होता है। सोलेनॉइड में धारा प्रवाहित करने पर उसका चुंबकीय अभिवाह चित्र 15.15 में ऊपर की ओर होता है। धातु वलय से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन होने के कारण उसमें विद्युत्-वाहक बल और धारा प्रेरित होते हैं। प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि इसका चुंबकीय क्षेत्र सोलेनॉइड के चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन की विपरीत दिशा में होता है। इस तरह, वलय में प्रवाहित धारा की दिशा सोलेनॉइड में प्रवाहित धारा की दिशा के विपरीत होती है। इकाई 12 में आपने पढ़ा है कि जब दो धारावाही चालकों में विपरीत दिशाओं में धाराएं प्रवाहित होती हैं तब उनके बीच प्रतिकर्षी बल लगता है। इस प्रतिकर्षी बल की वजह से वलय उछलता है।

4. बायीं ओर की कुंडली (कुंडली 1) में धारा दक्षिणावर्त दिशा में प्रवाहित होती है जिससे कि इसके चुंबकीय क्षेत्र की दिशा दूसरी कुंडली (कुंडली 2) से परे बायीं ओर होती है। जैसे-जैसे कुंडली 1 में प्रतिरोध बढ़ता है, उसकी धारा में कमी आती जाती है जिससे कि कुंडली 1 (अतएव कुंडली 2) से जुड़े चुंबकीय क्षेत्र और चुंबकीय अभिवाह में कमी आ जाती है। कुंडली 2 में प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि वह चुंबकीय अभिवाह में इस कमी का विरोध करती है। अतः, कुंडली 2 में प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा बायीं ओर होनी चाहिए। अतः, दक्षिणहस्त नियम से, कुंडली 2 में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त दिशा में प्रवाहित होनी चाहिए, अर्थात् यह प्रतिरोध R में दायीं से बायीं ओर प्रवाहित होनी चाहिए।

5. जब चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ को शून्य कर दिया जाता है तो $\vec{\mathbf{B}}$ में परिवर्तन होता है जिसके कारण धातु के क्षैतिज वलय में धारा और विद्युत्-वाहक बल प्रेरित होते हैं। क्योंकि चुंबकीय क्षेत्र घट रहा है, अतः, प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होगी कि वह चुंबकीय क्षेत्र के घटने का विरोध करे। यानी वलय में प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा चुंबकीय क्षेत्र $\vec{\mathbf{B}}$ की दिशा में होनी चाहिए यानी ऊपर की ओर होनी चाहिए। अतः, दक्षिणहस्त नियम से, प्रेरित धारा वलय में वामावर्त दिशा में प्रवाहित होनी चाहिए।

6. जब हम तांबे के पटल को चुंबकीय क्षेत्र से बाहर निकालने की कोशिश करते हैं तो उसमें प्रेरित धारा प्रवाहित होती है। क्योंकि पटल से हो कर जाने वाले चुंबकीय अभिवाह में कमी होती जाती है, तो इसमें प्रवाहित प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि वह चुंबकीय अभिवाह में इस कमी का विरोध करे। यानी प्रेरित धारा के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र की दिशा मूल चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में होती है यानी पृष्ठ के भीतर की ओर होती है। अतः, दक्षिणहस्त नियम से, पटल में प्रेरित धारा की दिशा दक्षिणावर्त होती है। प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय बल है : $\vec{\mathbf{F}} = i d\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{B}}$। दक्षिणहस्त नियम से, चुंबकीय बल की दिशा बायीं ओर होगी यानी यह बल लूप की गति का विरोध करेगा। जब हम पटल को विपरीत दिशा में गति देते हैं तब पटल से हो कर जाने वाला चुंबकीय अभिवाह बढ़ता जाता है। अतः, प्रेरित धारा वामावर्त

दिशा में प्रवाहित होती है ताकि वह बढ़ रहे चुंबकीय अभिवाह का विरोध करे। प्रेरित धारा के कारण चुंबकीय बल और चुंबकीय क्षेत्र की दिशाएं दायीं ओर होंगी और पटल की गति का विरोध करेंगी।

परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्रों में रखे ठोस चालकों में प्रेरित धाराओं को **भंवर धाराएं** (eddy currents) कहा जाता है। जैसाकि आपने इस प्रश्न को हल करते हुए देखा है, **भंवर धाराओं के कारण चुंबकीय क्षेत्र में चालक को गति देने में कठिनाई हो सकती है।**

7. समीकरण (15.11) से, सोलेनॉइड की धारा में परिवर्तन की दर का स्व-प्रेरित विद्युत्-वाहक बल से संबंध होता है : $\varepsilon = -L\dfrac{di}{dt}$ । ε और L के परिमाणों के मान रखने पर $\left|\dfrac{di}{dt}\right| = \left|\dfrac{\varepsilon}{L}\right| = \dfrac{35\text{ mV}}{9.7\text{ mH}} = 3.6\,\text{As}^{-1}$

8. धारा में परिवर्तन की दर है : $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{3.0\text{ A}}{0.1\text{ms}} = 3.0\times10^4\text{ As}^{-1}$

अतः, समीकरण (15.16 या 15.17) से, दोनों कुंडलियों का अन्योन्य प्रेरकत्व है :

$$M = \frac{|\varepsilon|}{(di/dt)} = \frac{24\text{ kV}}{3.0\times10^4\text{ As}^{-1}} = 0.8\text{H}$$

9. समीकरण (15.22) से, सोलेनॉइड में संचित ऊर्जा $U = \dfrac{1}{2}Li^2$ है। लंबाई ℓ वाले सोलेनॉइड के चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण (इकाई 13) होता है : $B = \dfrac{\mu_0 N i}{\ell}$

इस तरह, सोलेनॉइड में धारा होगी $i = \dfrac{B\ell}{\mu_0 N}$

समीकरण (15.12) से, लंबे सोलेनॉइड का स्व-प्रेरकत्व होता है : $L = \dfrac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$

अतः, $$U = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}\right)\times\left(\frac{B\ell}{\mu_0 N}\right)^2 = \frac{1}{2\mu_0}\ell B^2 A$$

या $$U = \frac{(2.2\text{m})\times(0.4\text{T})^2\times\pi\,(0.45\text{m})^2}{2\times1.26\times10^{-6}\text{ Hm}^{-1}} = 8.9\times10^4\text{ J}$$

10. समीकरण (15.27) से, प्रति एकक आयतन ऊर्जा है

$$\frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right)^2 = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2}$$

लंबाई ℓ, त्रिज्या r और मोटाई dr वाले बेलनाकार कोश का आयतन V होता है $V = 2\pi r\,dr\ell$ । अतः, आयतन V वाले बेलनाकार कोश में संचित ऊर्जा होती है :

$$U = \frac{B^2}{2\mu_0}V = \left(\frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2}\right)\times(2\pi r\,dr\,\ell) = \frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi}\frac{dr}{r}$$

समाक्ष केबल के बेलनाकार कोश के लिए a से b तक समाकलन करने पर हमें U मिलता है :

$$U = \left(\frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi}\right)\int_a^b \frac{dr}{r} = \left(\frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi}\right)\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

क्योंकि $U = \frac{1}{2}Li^2$, अतः, U के मान से हमें L मिलता है :

$$L = \frac{2U}{i^2} = \left(\frac{\mu_0 \ell}{2\pi}\right)\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

अतः, केबल का प्रति एकक लंबाई स्व-प्रेरकत्व है :

$$\frac{L}{\ell} = \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$