इकाई 19 परिमाणन[20]

रूपरेखा

19.0 उद्देश्य

इस इकाई में हम आपको निम्न से परिचित कराएंगे।

- युक्तियों की वैधता का सत्यापन करने वाले नियमों के ऐसे नए सेट से, जिसमें सामान्य और एकल तर्कवाक्य दोनों होते हैं,

[20] प्रो. एम आर नन्दन, गो. का. फॉर वुमेन, मांडया।
अनुवाद–डॉ. कुमकुम चतुर्वेदी, मेरठ।

- युक्तियों की वैधता का सत्यापन करने में प्रयुक्त सभी नियमों से,
- प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र की पृष्ठभूमि में अरस्तू के न्याय वाक्य के सिद्धान्त को समझने से और;
- इस नए वर्ग के नियमों को लागू करना सीखने से।

19.1 परिचय

व्यापक रूप से दो प्रकार की युक्तियां होती हैं युक्ति जिनमें ऐसे कथन होतें है जो सत्य फलनी और संयुक्त होते हैं और युक्ति जो न तो सत्य फलनी और न ही संयुक्त होती है। यह इकाई दूसरे प्रकार की युक्तियों पर प्रकाश डालती है। तर्कशास्त्र, जो इस विषय से संबंध रखता है, उसे विधेय तर्कशास्त्र या परिमाणन तर्कशास्त्र कहते हैं। यह निगमनात्मक तर्कशास्त्र की ऐसी पद्धति है, जो पदों के विश्लेषण के साथ–साथ कथनों के विश्लेषण को भी, परिमाणन की तार्किक विशेषताओं का उपयोग करके, सम्मिलित करता है। सामान्यतः इस प्रकार की युक्ति में दो प्रकार के कथन होते हैं, जो सामान्य और एकल कहलाते हैं। पांरपिक तर्कशास्त्र द्वारा स्वीकृत सभी तर्कवाक्य इन दोनों श्रेणियों में आते हैं। सर्वव्यापी और अंशव्यापी तर्कवाक्य दोनों सामान्य कहलाते हैं, क्योंकि इन दोनों प्रकारों में कर्ता सामान्य पद है जैसे मनुष्य, घोड़ा, पौधा आदि। जबकि, एकल तर्कवाक्य में, कर्ता निश्चित व्यक्ति के संदर्भ में होता है। यह वैयक्तिक कर्ता मनुष्य जैसे तेंदुलकर अथवा कोई वस्तु जैसे सूर्य से सबसे दूर स्थित ग्रह हो सकता है। सत्य–फलनी कथनों और सामान्य या एकल तर्कवाक्यों के बीच मुख्य अन्तर यह है कि अब तक बताई गई कोई भी तकनीक, यदि युक्ति में सामान्य या एकल कथन हों तो हमारे लिये उपयोगी सिद्ध नहीं होती है। चूंकि इस प्रकार के कथनों में परिमाणिक उक्तियां होती हैं, इसलिए परिमाणन एक अन्य तकनीक है, जिसका उपयोग हमारे इस लक्ष्य में किया जाता है।

पारंपरिक तर्कशास्त्र अथवा निरपेक्ष तर्कवाक्यों का विश्लेषण परिमाणक तर्कशास्त्र के लिए आरंभिक बिदु है। तर्कवाक्य की मात्रा और उद्देश्य विधेय संबन्ध आधार बनाते हैं। जहां तर्कवाक्य का उद्देश्य रूप किसी व्यक्ति के लिए होता है, वहीं विधेय उन गुणों के लिए होता है जो व्यक्ति में हो सकते या नहीं भी हो सकते हैं। इन व्यक्तियो और गुणों को क्रमशः अंग्रजी के छोटे अक्षरों और बड़े अक्षरों से प्रदर्शित किया जाता है। छोटे अक्षरों के साथ एक प्रतिबंध है। व्यक्तियों को प्रदर्शित करने के लिए सिर्फ 'a' से 'w' तक के अक्षरों का ही उपयोग किया जाता है। ये वैयक्तिक अचर है। सामान्यतः अभ्यास में पद के पहले अक्षर से व्यक्ति को प्रदर्शित करते हैं। इसलिए तेंदुलकर, धोनी आदि शब्द को t, d, आदि के रूप में प्रदर्शित किया जाता है। जबकि उनके गुणों जैसे क्रिकेटर, तैराक, राजनेता आदि को C, S, P, आदि से प्रदर्शित किया जाता है। यद्यपि, जब 'राजनेता प्रतिज्ञप्ति अथवा तर्कवाक्य का उद्देश्य बन जाता है, तो इसे 'p' से प्रदर्शित करते हैं। तर्कशास्त्र में, जातिवाचक संज्ञा उद्देश्य अथवा विधेय हो सकती है। तेंदुलकर

एक क्रिकेटर है गुण के रूप में जातिवाचक संज्ञा को उपयोग किए जाने का एक उदाहरण है। प्रतीकात्मक रूप से यह 'Cr' हो जाता है। यह अब प्रतीकित कथन है। हम पहले गुण के प्रतीक चिन्ह को लिखते हैं। उसके बाद उद्देश्य का प्रतीक चिन्ह लिखते हैं। ऐसे कथन सत्य या असत्य हो सकते हैं। जब 'x' का उपयोग वैयक्तिक अचर के लिये किया जाता है तो तर्कवाक्य, तर्कवाक्य–फलन बन जाता है जो न तो सत्य और न ही असत्य होता है। 'y' का उपयोग ऐच्छिक रूप से चुने गए व्यक्ति के लिए किया जाता है।

उदाहरण के लिए, 'Bx' का अर्थ है, x बहादुर है तथा यह एक तर्कवाक्य फलन है। तर्कवाक्य–फलन से तर्कवाक्य प्राप्त करने की प्रक्रिया दृष्टांतिकरण' कहलाती है। अतः हम कह सकते हैं कि चन्दन बहादुर है– यह एक तर्कवाक्य है, जिसे हमने तर्कवाक्य–फलन से प्राप्त किया है। अतः, तर्कवाक्य फलन एक या एक से अधिक विशेष चरों वाली अभिव्यक्ति है। यदि इसके सभी विशेष चरों को विशेष नियतांकों (जैसे चन्दन) से प्रतिस्थापित कर दिया जाए तो हमें प्रतीकित कथन प्राप्त होते हैं। अब, यहाँ 'y' प्रतीक का एक विशेष महत्त्व है। यह ऐच्छिक रूप से चुने गए किसी एक व्यक्ति या वस्तु को सूचित करता है। परिमाणन में, निषेध का भी यही प्रतीक है।

19.2 परिमाणन का अर्थ

परिमाणन/प्रमात्रीकरण का एक महत्वपूर्ण पहलू दृष्टातों का प्रतिस्थापन है। प्रतिस्थापन दो तरीकों से किया जाता है। एकल तर्कवाक्य में 'a' से लेकर 'w' तक किसी व्यक्ति के नियतांक का x में विस्थापन किया जा सकता है। यह व्यक्तिक चर कहलाता है। यह प्रक्रिया, जैसाकि हम देख चुके है, दृष्टांतिकरण कहलाती है। दूसरी विधि सामान्यीकरण की है। इस प्रकार की परिमाणन की प्रक्रिया तब होती है, जब दिया गया तर्कवाक्य सामान्य प्रकार का होता है। सामान्य तर्कवाक्य दो प्रकार के होते हैं सर्वव्यापी और अंशव्यापी। अतः हमारे पास इन दोनों को प्रदर्शित करने के लिए दो परिमाणक परिमाणन (Quantifires) होते हैं। परिमाणक वे प्रतीक होते हैं, जो परिमाणक अभिव्यक्तियों, जैसे कि, प्रत्येक व्यक्ति/प्रत्येक वस्तु/सभी या कोई/कुछ भी, को प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार, सामान्य या सत्तात्मक परिमाणक होते हैं। प्रतीक रूप में वे क्रमशः निम्नवत् हैः '(x)' और '(∃x)'.

चूंकि इनमें से प्रत्येक अभिव्यक्ति सकारात्मक या नकारात्मक हो सकती है, अतः हमारे पास चार प्रकार के तर्कवाक्य होते हैं, जिन्हें निम्न तरीके से प्रदर्शित किया जाता हैः

1. सभी भारतीय नश्वर हैं $(x)\, Mx$

2. कोई भारतीय नश्वर नहीं है $(x) - Mx$

3. कुछ भारतीय नश्वर हैं $(\exists x)\ Mx$

4. कुछ भारतीय नश्वर नहीं हैं $(\exists x) \neg Mx$

दांए हाथ की तरफ उपयोग किए गए प्रतीकों को कुछ स्पष्टीकरण की आवश्यकता है। प्रतीक (x) अनेक तरीकों से विस्तारित होता है। इसे 'x के सभी मूल्यों के लिए' अथवा किसी 'दिए गए विशेष x के लिए' या महज 'प्रत्येक x के लिए' आदि पढ़ा जा सकता है। यहां, 'x' व्यक्तिक नियतांक 'भारतीय' के लिए और 'M' नश्वर (Mortal) के लिए प्रयुक्त किया गया है। इसलिए $\neg M x$ होगा, 'x नश्वर नहीं है'। प्रतीक $(\exists x)$ इस प्रकार पढ़ा जाएगाः 'कम से कम एक x ऐसा है जो कि .... (x) सर्वव्यापी परिमाणक कहलाता है और $(\exists x)$ अस्तित्वपरक परिमाणक (existential quantifier) कहलाता है। यदि हम x को I (भारतीय) अथवा P (पाकिस्तानी) से प्रतिस्थापित कर दें, तो हमें वह तर्कवाक्य मिलता है, जो सत्य अथवा असत्य हो सकता है।

जिस प्रकार x का उपयोग उद्देश्य को निर्दिष्ट करने के लिये वैयक्तिक चर के रूप में किया जाता है, उसी प्रकार दो ग्रीक अक्षरों, 'Φ' (Phi) और 'Ψ' (Psi) का उपयोग विधेय को प्रदर्शित करने के लिए किया जाता है। इसलिए इन्हें विधेय चर कहा जा सकता है। इन चरों का उपयोग करते हुए A, E, I और O तर्कवाक्यों को निम्न प्रकार से निर्दिष्ट किया जा सकता हैः

1. सभी भारतीय नश्वर हैं (A) $(x)\ \Phi x$

2. कोई भारतीय नश्वर नहीं है (E) $(x) \neg \Phi x$

3. कुछ भारतीय नश्वर हैं (I) $(\exists x)\ \Phi x$

4. कुछ भारतीय नश्वर नहीं हैं (O) $(\exists x) \neg \Phi x$

वर्ग सदस्यता संबन्ध का उपयोग करने पर सामान्य तर्कवाक्यों को निम्न प्रकार से प्रदर्शित किया जाता हैः

1. $(x)\ \Phi x \equiv (x)\{x \epsilon \Phi => x \epsilon \Psi\}$ जहां ϵ को 'का घटक' पढ़ा जाएगा।

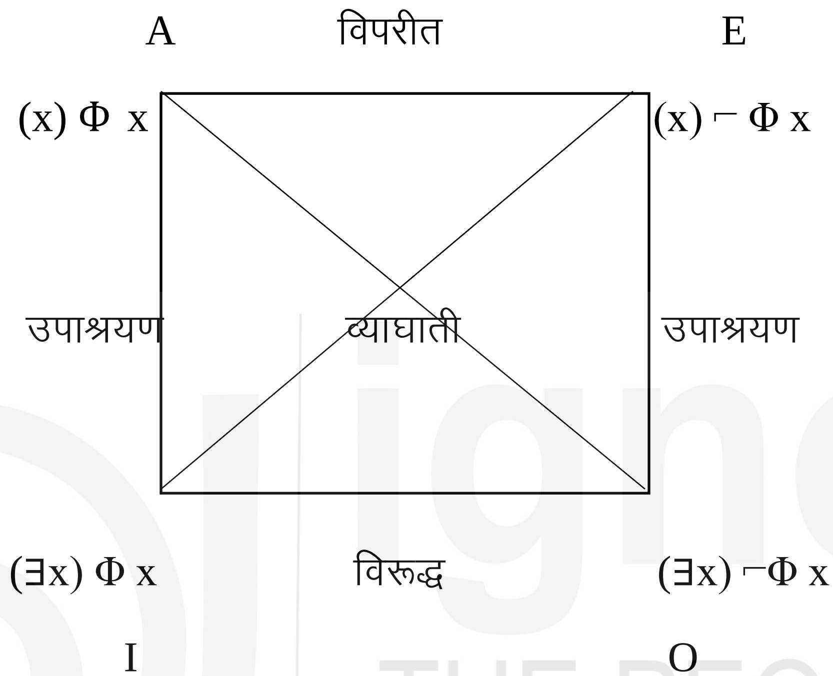
2. $(x) \neg \Phi x \equiv (x)\{x \epsilon \Phi => x \epsilon \Psi\}$ जहां ϵ को 'का घटक नहीं है' पढ़ा जाएगा।

3. $(\exists x)\ \Phi x \equiv (\exists x)\{x \epsilon \Phi \Lambda x \epsilon \Psi\}$

4. $(\exists x) \neg \Phi x \equiv (\exists x)\{x \epsilon \Phi \Lambda x \epsilon \Psi\}$

19.3 परिमाणकों वाले तार्किक संबन्ध

हमारे अध्ययन की शुरूआत पांरपरिक वर्ग से होती है, जिसके लिए किसी स्पष्टीकरण की आवश्यकता नहीं है। हम जानते हैं कि परिमाणक द्वारा A, E, I और O को कैसे प्रदर्शित करते हैं। आइए, अब हम A, E, I और O को पारम्परिक वर्ग में इन परिमाणकों द्वारा प्रतिस्थापित करते हैं;



इस पृष्ठभूमि के साथ, हम तार्किक संबन्धों जैसे तुल्यता और खंड़न को निम्न प्रकार से प्रदर्शित कर सकते हैं:

1. तुल्यताः

   1) $(x)\ \Phi x \equiv \{\neg (\exists x) \neg \Phi x\}$

   2) $(x) \neg \Phi x \equiv \{\neg (\exists x)\ \Phi x\}$

   3) $(\exists x)\ \Phi x \equiv \{\neg (x) \neg \Phi x\}$

   4) $(\exists x) \neg \Phi x \equiv \{\neg (x)\ \Phi x\}$

2. व्याघात :

   1) $(x)\ \Phi x \quad (\exists x) \neg \Phi x$

   2) $(x) \neg \Phi x \quad (\exists x)\ \Phi x$

3) $(\exists x)\ \Phi x \quad (x) \neg \Phi x$

4) $(\exists x) \neg \Phi x \quad (x)\ \Phi x$

जब हम विधेय चर का उपयोग करते हैं तो तर्कवाक्यात्क प्रकारों को निम्न तरीके से व्यक्त किया जाता है:

1) $(x)\ \Phi x \equiv (x)\{ \Phi x \Rightarrow \Psi x\}$

2) $(x) \neg \Phi x \equiv (x)\{ \Phi x \Rightarrow \neg \Psi x\}$

3) $(\exists x)\ \Phi x \equiv (\exists x)\{ \Phi x \land \Psi x\}$

4) $(\exists x) \neg \Phi x \equiv (\exists x)\{\Phi x \land \neg \Psi x\}$

जब हम A, E, I और O को नए सेट से प्रदर्शित करते हैं तो उनकी तुल्य प्रकारें भी परिवर्तित हो जाती हैं।

1) $(x)\{ \Phi x \Rightarrow \Psi x\} \equiv \neg(\exists x)\{\Phi x \land \neg \Psi x\}$

2) $(x)\{ \Phi x \Rightarrow \neg \Psi x\} \equiv \neg(\exists x)\{\Phi x \land \Psi x\}$

3) $(\exists x)\{ \Phi x \land \Psi x\} \equiv \neg (x)\{\Phi x \Rightarrow \neg \Psi x\}$

4) $(\exists x)\{\Phi x \land \neg \Psi x\} \equiv \neg (x)\{\Phi x \Rightarrow \Psi x\}$

यदि दांए हाथ की ओर के परिमाणकों के पीछे के निषेधों को हटा दिया जाये तो स्वतः ही वे कृमिक तर्कवाक्यों के व्याघातक बन जाते हैं।

विधेय जैसे नश्वर को सामान्य विधेय कहते है, क्योंकि तर्कवाक्यात्मक–फलन, जिसका उपयोग किया जाता है, के कुछ सत्य और कुछ असत्य प्रतिस्थापन दृष्टांत होते हैं। चरों के सभी प्रतिस्थापन 'प्रतिस्थापित दृष्टांत कहलाते हैं। जब ऐसे विधेयों का निषेध किया जाता है तो ऐसे सूत्र या कथन प्रकार 'सामान्य रूप सूत्र' कहलाते हैं।

19.4 परिमाणन के नियम

अब और प्रतिस्थापन के नियम के साथ ही चार अन्य नियम भी जुड़ गए हैं। वे नियम हैं; सर्वव्यापी दृष्टांतिकरण (Universal Instantiation (UI)), सर्वव्यापी सामान्यीकरण (Universal Generalization (UG)), अस्तित्वपरक दृष्टांत (Existential Instantiation (EI)), और अस्तित्वपरक सामान्यीकरण (Existential Generalization (EG))। इन नियमों की सहायता से

किसी ऐसी युक्ति में अनुमान के नियमों और प्रतिस्थापन के नियमों का सत्यापन किया जा सकता है, जिसमें सामान्य या एकल प्रतिज्ञप्ति अथवा दोनों होती हैं। इससे पहले कि हम इन नियमों का उपयोग युक्तियों की वैधता का सत्यापन करने के लिए करें, यह आवश्यक है कि हम जाने कि इन नियमों का क्या अर्थ है।

1) सर्वव्यापी दृष्टांतिकरण (UI): इस नियम के अनुसार तर्कवाक्य फलन के किसी प्रतिस्थापन दृष्टांत की वैधता को सर्वव्यापी तर्कवाक्य से निगमित किया जा सकता है। तर्कवाक्य फलन में सदैव चर 'x' होता है। इसलिए कोई उदाहरण जो x के लिए प्रतिस्थापन हो, उसे 'a' से 'w' तक नियत रहना चाहिए। ये अक्षर–उद्देश्य के पारंपरिक अर्थ को प्रदर्शित करते हैं और आधुनिक अर्थ में 'आकारिक दृष्टांत' कहलाते हैं। ऐसे तर्कवाक्य को रुपांतरित करने के लिए 'x' को एक अन्य ग्रीक अक्षर 'ν' *(nu)* से प्रतिस्थापित किया जाता है, जब फलन सर्वव्यापी परिमाणक हो तो 'ν' सर्वव्यापी दृष्टांत बन जाता है।

$\underline{(x)\ \Phi x}$

$\therefore \Phi \nu$ (जहां 'ν' वैयक्तिक प्रतीक है)

2) सर्वव्यापी सामान्यीकरण (UG): यह नियम x के विस्थापन के लिए ऐच्छिक चयन के बाद सामान्यीकरण की ओर बढ़ने में सहायता करता है। UG में 'ऐच्छिक चयन' बहुत महत्वपूर्ण है, क्योंकि, जैसा कि नाम से स्पष्ट है, सामान्यीकरण सदैव विशेष उदाहरण से आगे बढ़ता है और इसमें विकल्प निहित होता है। इस अर्थ में चयन ऐच्छिक होता है। अक्षर 'y' ऐच्छिक विकल्प का प्रतीक है। यह प्रक्रिया सामान्यीकरण कहलाती है, क्योंकि निष्कर्ष सर्वव्यापी तर्कवाक्य होता है। यदि हम न्याय वाक्य के पारंपरिक नियमों को याद करें, सर्वव्यापी निष्कर्ष सर्वव्यापी आधार वाक्य से निकलते हैं। इसलिए यह प्रक्रिया वैयक्तिक से होकर सर्वव्यापी तक होती है। जब 'y' 'x' को प्रतिस्थापित करता है, तो सामान्यीकरण होता है। जब सर्वव्यापी परिमाणक तर्कवाक्य का वर्णन करता है तो यह सम्भव हो जाता है;

$\underline{\Phi y}$

$\therefore (x)(\Phi x)$ (जहाँ y किसी एच्छिक रूप से चुने हुए व्यक्ति या वस्तु को निरूपित करता है)

3) अस्तित्वपरक दृष्टांतिकरण (E.I.): यह नियम तब लागू होता है, जब तर्कवाक्य में अस्तित्वपरक परिमाणक होता है और a से w तक किसी भी प्रतीक का उपयोग व्यक्तिगत चर x के प्रतिस्थापक के रुप में होता है। हम अस्तित्वपरक परिमाणन से किसी प्रतिस्थापक दृष्टांत के सत्य का अनुमान लगाते हैं। हालांकि, इस नियम में एक शर्त है। नियतांक जैसे 'a' जिसका उपयोग हम x के प्रतिस्थापन के लिए करते हैं, को इस परिप्रेक्ष्य में पहले कहीं प्रयुक्त नहीं किया गया होना

चाहिए। इसका अर्थ यह भी है कि यदि प्रतिस्थापन का दृष्टांत एक ही हो तो उसी युक्ति में EI का उपयोग दो बार नहीं होना चाहिए।

$\underline{\Phi\, \nu}$

$\therefore (\exists x)\, \Phi x$ (जहां 'v' वैयक्तिक प्रतीक है)

4) अस्तित्वपरक सामान्यीकरण (EG): यह नियम कहता है कि प्रतिज्ञप्तितात्मक फलन के किसी सत्य प्रतिस्थापन दृष्टांत से उस फलन के अस्तित्वपरक परिमाणन को वैध रुप से निगमित किया जा सकता है। दूसरे शब्दों में, कोई वैयक्तिक नियतांक, जो पहले के चरणों में पाया गया है, निष्कर्ष में x से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।

$\underline{(\exists x)\, \Phi x}$

$\therefore \Phi\, \nu$ (जहां v से अन्य ऐसा व्यक्तिक नियतांक है, जो इस परिप्रेक्ष्य में पहले उपयोग में नहीं आया)

अब यह जानना आवश्यक है कि EI के उपयोग सीमित क्यों होते हैं। मान लीजिए कि 'a' एक नियतांक है, जिसका निश्चित अस्तित्व है एवं यह अज्ञात है कि कोई अन्य नियतांक भी है। पिछले चरण में 'a' को 'b' माना गया है। यह तथ्य कि 'a' 'b' है यह निष्कर्ष निकालने के लिए पर्याप्त नहीं है कि किसी अन्य चरण में a c है, जबकि आध् पारवाक्य में इसका किसी प्रकार का कोई संदर्भ नहीं पाया जाता है। चूंकि तार्किक नियतांक 'a' का उपयोग अस्तित्वपरक रीति से किया गया है, अतः यह आवश्यक है कि EI का उपयोग प्रमाण के पहले चरण में ही किया जाए। यदि यह किसी अन्य स्थान पर होगा तो यह गलत होगा।

19.5 न्यायवाक्य की वैधता का सत्यापन

यह जानना काफी दिलचस्प है कि परिमाणन के नियम निगमनिक तर्क को नए परिप्रेक्ष्य में प्रस्तुत करते हैं। यह प्रक्रिया पदों के वितरण के नियम को छोड़ने में हमारी सहायता करती है। पदों के वितरण के नियम न सिर्फ प्रस्तुतीकरण में दुरुह है, बल्कि इसमें समय भी बहुत लगता है। परिमाणन के नियमों का उपयोग अनिगमनिक युक्तियों के सत्यापन के लिए भी किया जा सकता है, लेकिन शर्त यह है कि ऐसी युक्तियों में सिर्फ सामान्य और एकल प्रतिज्ञप्तियां ही हों। इन नियमों को समझाने के लिए हम निम्नलिखित तर्कों का उपयोग करते हैं।

1. सभी भारतीय एशियाई हैं।

2. तेंदुलकर एक भारतीय है।

3. ∴ तेंदुलकर एक एशियाई है।

इसका निम्न तरीके से प्रतीकन किया जाता है:

$$(x)\ (Ix \Rightarrow Ax)$$

$$It$$

$$\therefore At$$

औपचारिक प्रमाण की रचना निम्न तरीके से होती है:

1). (x)(Ix => Az)

2). It / ∴ At

3). It => At 1, U.I.

4). At 3, 2, M.P.

इस युक्ति विशेष में सिर्फ एक आधार वाक्य सामान्य है। यद्यपि, युक्ति में सिर्फ सामान्य तर्कवाक्य भी हो सकता है, ऐसी स्थिति में थोड़ा भिन्न प्रक्रिया को अपनाना होगा।

इस युक्ति पर विचार करें:

2. 1. सभी राजनेता वोटर हैं।

2. सभी मंत्री राजनेता हैं।

3. ∴ सभी मंत्री वोटर हैं।

प्रतीकन करने पर यह हो जाता है:

1) (x)(Px => Vx)

2) (x)(Mx => Px) / ∴ (x)(Mx => Vx)

औपचारिक प्रमाण निम्न है:

1) (x)(Px=>Vx)

2) (x)(Mx=>Px) /∴ (x){Mx=>Vx}

3) Pa => Va 1, U.I.

4) Ma => Pa	2,	U.I.
5) Ma => Va	4, 3,	H.S.
6) ∴ (x)(Mx => Vx)	5,	U.G.

जब कोई वैयक्तिक चर (x) किसी नियतांक द्वारा उद्धत होता है तो परिमाणक की सीमा समाप्त हो जाती है। क्योंकि हम व्यक्ति या व्यक्तियों का परिमाणन नहीं करते हैं। अब 6वें चरण पर आते हुए यह कहा जा सकता है कि यदि किसी दी गई संरचना के लिए एक प्रतिस्थापन दृ ष्टांत सत्य है, तो उस संरचना के लिए सभी प्रतिस्थापन दृष्टांत सत्य है (6वीं पंक्ति प्रमाण का भाग नहीं है)। फलन के सर्वव्यापी परिमाणन सत्य है, यदि और सिर्फ यदि प्रतिस्थापन उद्धरण सत्य है।

तीसरें और चौथे चरणों में हमने सर्वव्यापी दृष्टांतों को लागू किया है क्योंकि दोनों आधारवाक्य सर्वव्यापी हैं और हमने चरों के लिए नियतांकों को प्रतिस्थापित कर दिया है।

U.G. को निम्न तरीके से लागू किया जा सकता है। इसके लिए सभी चरणों में हम x को y से प्रतिस्थापित करके छठवीं पक्ति को प्रमाण पद्धति में जोड़ देते हैं। फिर हम UG का अनुप्रयोग करते हैं।

1) (x){Px => Vx}

2) (x){Mx => Px} /∴ (x){Mx => Vx}

3) Py => Vy	1,	U.I.
4) My => Py	2,	U.I.
5) My => Vy	3, 4,	H.S.
6) ∴ (x){Mx => Vx}	5,	U.G.

ये दोनों उदाहरण स्पष्ट करते हैं कि युक्तियों की वैधता का सत्यापन करते समय UI का उपयोग अनिवार्य रुप से किया जाना चाहिए, जबकि EI का उपयोग अनिवार्य नहीं भी हो सकता है। यह स्थिति निगमनिक तर्क के नियमों के पारंपरिक गठन के समान है तथा संकेत करती है कि किसी विशेष तर्कवाक्य के बिना भी वैध युक्ति की रचना करना संभव है। लेकिन सर्वव्यापी प्रतिज्ञप्तियों के बिना यह संभव नहीं है।

अब उसयुक्ति पर विचार करें जिसमें विशेष तर्कवाक्य होते हैं। चूंकिएक तर्कवाक्य विशेष है, अतःयह आवश्यक है कि निष्कर्ष भी विशेष होना चाहिए ।

3. 1. सभी राजनेता वोटर हैं।

2. कुछ मंत्री राजनेता हैं।

3. ∴ कुछ मंत्री वोटर हैं।

अब तक आप प्रतीकन की विधि से परिचित हो ही गए होंगे। अतः

1) $(x)\{Px \Rightarrow Vx\}$

2) $(\exists x\{Mx \wedge Px\}$ /∴ $(\exists x\{Mx \wedge Vx\}$

3) $Ma \wedge Pa$	2,	E.I.
4) $Pa \Rightarrow Va$	1,	U.I.
5) $Pa \wedge Ma$	3,	Com.
6) Pa	5,	Simp.
7) Ma	5,	Simp.
8) Va	4, 6,	M.P.
9) $Ma \wedge Va$	7, 8,	Conj.
10) ∴ $(\exists x)(Mx \wedge Vx)$	9,	I.G.

आइए, अब हम देखते हैं कि EI के प्रतिबंध को क्यों मानना चाहिए। इसके लिए एक भ्रामक युक्ति पर विचार करें।

1. कुछ जंतु शाकभक्षी होते हैं।

2. कुछ जंतु मनुष्य हैं।

3. ∴कुछ मनुष्य शाकभक्षी हैं।

प्रतीकन करने पर युक्ति बन जाती है:

1) $(\exists x)\{Ax \wedge Hx\}$

2) $(\exists x)\{Ax \wedge Mx\}$ /∴ $(\exists x)(Mx \wedge Hx)$

3) Aa Λ Ha 1, E.I.

4) Aa Λ Ma 2, E.I. (Error)

चौथा चरण त्रुटिपूर्ण है। दूसरा आधार वाक्य हमें बताता है कि कोई एक वस्तु ऐसी है जो जंतु और शाकभक्षी दोनों है। यह हमें यह निष्कर्ष निकालने के अनुमति नहीं देता है कि वह वस्तु मनुष्य है। इसलिए EI का दूसरा उपयोग, त्रुटि की ओर ले जाता है।

19.6 गुणन सामान्य तर्कवाक्य (MULTIPLY GENERAL PROPOSITION)

सामान्य तर्कवाक्य दो प्रकार के होते हैं; एकल सामान्य और गुणन सामान्य। जब सामान्य तर्कवाक्य में सिर्फ एक परिमाणक होता है, तो यह एकल सामान्य कहलाता है। अभी तक हमने सिर्फ पहले प्रकार के तर्कवाक्यों पर विचार किया है। यदि सामान्य तर्कवाक्य में दो या दो से अधिक परिमाणक होते हैं तो ऐसा तर्कवाक्य गुणन सामान्य तर्कवाक्य कहलाता है। उदाहरण के लिए इस तर्कवाक्य पर विचार करें;

'यदि सभी भारतीय क्रिकेट खेलते हैं तो कम से कम कुछ एशियाई ऐसे हैं जो क्रिकेट खेलते हैं।

इसका प्रतीकन निम्न प्रकार से होगाः

1. सभी भारतीय क्रिकेट खेलते हैंः (x){Ix => Px}

2. कम से कम कुछ एशियाई ऐसे हैं जो क्रिकेट खेलते हैं हैः (∃x){Ax Λ Px}

अब पूरे वाक्य का प्रतीकन निम्न प्रकार से होगाः

{(x)(x => Px)} => {(∃x)(Ax Λ Px)}

दिए गए कथन की जटिलता के आधार परिमाणक कितनी भी बार पाए जा सकते हैं।

19.7 सोपाधिक प्रमाण (C.P.) का प्रबलीकृत नियम और परिमाणन

पिछली इकाई में, हमने सीखा था कि पूर्वानुमान सोपाधिक प्रमाण से भिन्न होता है और यह कि 'पूर्वानुमान में निष्कर्ष शामिल नहीं होता है। निष्कर्ष पूरी तरह से आधारवाक्य पर निर्भर करता है। नीचे दिए गए कुछ उदाहरणों से यह स्पष्ट हो जाएगा कि इन तकनीकों के उपयोग द्वारा किसी युक्ति का सत्यापन कैसे किया जा सकता है।

1. 1) (x)[Cx => Dx]

2) (x)[Ex => ⌐ Dx]

∴ (x)[Ex => ⌐ Cx]

युक्ति को निम्न मानक रूप में लिखा जाता हैः

1) (x)[Cx => Dx]

2) (x)[Ex => ⌐ Dx] /∴ (x)[Ex => ⌐ Cx]

→ 3) Ey

4) Cy => Dy 1, U.I.

5) Ey => ⌐ Dy 2, U.I.

6) ⌐Dy 5, 3, M.P.

7) ⌐Cy 4, 6, M.T.

8) Ey => ⌐ Cy 3, 7, C.P.

9) (x)[Ex => ⌐ Cx] 9, U.G.

उदाहरण (1) से दो पहलू स्पष्ट हो जाते हैं। जब C.P. का उपयोग किया जाता है तो पूर्वानुमान की सीमा खत्म हो जाती है। अतः अगला कदम पूर्वानुमान पर निर्भर नहीं करता है। दूसरे, चूंकि हम पूर्वानुमान कर रहे हैं, अतः 'x' के स्थान पर सिर्फ 'y', एक ऐच्छिक रुप में चुने गए प्रतीक का उपयोग किया जा सकता है। यह स्पष्टीकरण तब सही रहता है जब CP के प्रबलीकृत नियम का उपयोग किया जाता है।

2. 1) (x)[Nx => Ox]

2) (x)[Px => ⌐ Ox] /∴ (x) {(Nx Λ ⌐Px) => Ox}

→ 3) Ny

4) Ny => Oy 1, U.I.

5) Py => ⌐ Oy 2, U.I.

6) Oy 4, 3, M.P.

7) ⌐ Py 5, 6, M.T.

8) Ny Λ ⌐ Py 3, 7, Conj.

9) (Ny Λ ⌐ Px) => Oy 8, 6, C.P.

10) (x){ (Nx Λ ⌐ Px) => Ox} 9, U.G

19.8 अवैधता को सिद्ध करना

युक्तियों के अच्छे और बुरे में वर्गीकरण का निहित सिद्धान्त यह है कि सत्य आधार वाक्यों से असत्य निष्कर्ष नहीं प्राप्त होता है। सत्य आधार वाक्यों के साथ असत्य निष्कर्ष की पहचान करने का सबसे आसान तरीका कथनों के घटकों को सत्यता मूल्य प्रदान करने की विधि है। जब सत्यता मूल्यों की विधि परिमाणक के साथ युक्तियों तक विस्तारित की जाती है तो एक आवश्यकता को पूरा करना आवश्यक होता है। हमें अ–रिक्त मॉडल (nonempty model) पर विचार करना पड़ता है जो अ–रिक्त सम्मुचय (nonempty set) के समान होता है। यह मॉडल हमारी परिचर्चा का मुख्य बिंदु है। परिमाणकों को सम्मिलित करने वाली कोई युक्ति तभी वैध होती है, यदि और सिर्फ यदि प्रत्येक अ–रिक्त सेट के लिए एक तार्किक रूप से तुल्य और वैध सत्य फलनी युक्ति होती है। इसी प्रकार, परिमाणन

कोई युक्ति अवैध तब होती है, जब कोई अ–रिक्त मॉडल ऐसा हो जिसके लिए तार्किक रूप से तुल्य और अवैध सत्यफलनी युक्ति होती है। निष्कर्षतः परिमाणकों युक्त युक्ति सिर्फ और सिर्फ तभी वैध होती है, जब उसका सत्यफलनी प्रकार वैध होता है और यह तभी अवैध होता है यदि और सिर्फ यदि इसका सत्य फलनी प्रकार अवैध होता है। चूंकि सत्यफलन प्रकार का सहारा लिया गया है, अतः यह जानना आवश्यक है कि परिमाणकों युक्त कथनों को किस प्रकार सत्य फलनी संयुक्त कथनों में अपघटित किया जा सकता है। जो सत्यता–स्थितियां संयुक्त तर्कवाक्यों के सत्यता मूल्य का निर्धारण करती हैं, वहीं परिमाणकों युक्त संगत तर्कवाक्यों की सत्यता–स्थितियों का भी निर्धारण करती हैं।

इस अनुभाग के आरंभ में हमने उल्लेख किया था कि परिमाणकों युक्त युक्ति तभी वैध होती है, यदि 'कम से कम' उसका एक दृष्टांत अवश्य सत्य हो। इसका अर्थ यही है कि अ–रिक्त मॉडल में कितनी भी संख्या में व्यक्ति (दृष्टांत) हो सकते हैं। मान लीजिए कि पुरुषों के मॉडल में सिर्फ 3 पुरुष जैसे a, b और c हैं। ऐसे में तर्कवाक्य 'A' को निम्नलिखित तरीके से प्रदर्शित किया जा सकता है।

1. (x) (Φx) ≡ (Φa Λ Φb Λ Φc)

बांया पक्ष तभी सत्य है यदि और सिर्फ यदि Φa सत्य है, Φb सत्य है, Φc सत्य है। यदि उनमें से कोई भी असत्य है, तब बांया पक्ष असत्य है। इसी प्रकार, तर्कवाक्य E निम्न हो जाता है।

2. $(x)(\neg \Phi x) \equiv (\neg \Phi a \wedge \neg \Phi b \wedge \neg \Phi c)$

यदि a, b और c पुरुषों के मॉडल में अकेले पुरुष हैं तो पिछली बार की तरह ही इस मामले में भी बांए हाथ वाला पद तभी सत्य है, यदि और सिर्फ यदि तीनों में से प्रत्येक घटक सत्य है। यदि इनमें से कोई भी असत्य है तो बांए हाथ वाला पद भी असत्य होगा।

जहाँ सर्वव्यापी परिमाणकों वाले तर्कवाक्य संयोजन पद्धति में रुपांतरित हो जाते हैं, वही अंशव्यापी परिमाणकों वाले वियोजन पद्धति में बदल जाते हैं। यदि हम इस मॉडल को अपनाए, तब

3. $(\exists x)(\Phi x) \equiv (\Phi a \vee \Phi b \vee \Phi c)$

4. $(\exists x)(\neg \Phi x) \equiv (\neg \Phi a \vee \neg \Phi b \vee \neg \Phi c)$

इन चारों समीकरणों से, यह स्पष्ट है कि परिमाणों युक्त तर्कवाक्यों का सत्यता स्तर संयुक्त तर्कवाक्य की सत्यता स्थिति से निर्धारित होता है। उदाहरण के लिए (1) पर विचार करें। यदि दांए हाथ की ओर का एक घटक भी असत्य है तो बांए हाथ वाला भी असत्य हो जाएगा। ऐसा इसलिए है, क्योंकि यदि कोई घटक असत्य हो तो संयोजन असत्य होता है और वियोजक में जब एक घटक असत्य होता है तो भी वियोजक सत्य हो जाता है। अर्थात् बायापक्ष सत्य हो जाता है। इस प्रकार का संबंध सर्वव्यापी और अंशव्यापी परिमाणकों की परिभाषा के पूरी तरह अनुरुप है।

मान लीजिए कि किसी वर्ग के सिर्फ एक व्यक्ति या वस्तु (दृष्टांत) का अस्तित्व है। तो इस से दो उपसिद्धांत निकलते हैं, जो निम्न प्रकार से हैं:

1. $(x)(\Phi x) \equiv \Phi a \equiv (\exists x)(\Phi x)$

चूंकि x के लिए सिर्फ एक सत्य प्रतिस्थापन दृष्टांत है जैसे a तो हम Φa से $(x)(\Phi x)$ को नहीं प्राप्त कर सकते हैं। क्योंकि जब सिर्फ एक दृष्टांत होता है, तो सर्वव्यापी और अंशव्यापी परिमाणकों के बीच कोई भी तार्किक अन्तर नहीं किया जा सकता है।

तार्किक रुप से, सिर्फ एक दृष्टांत युक्त मॉडल और दो या दो से अधिक दृष्टांत युक्त दूसरे मॉडल के बीच गुणात्मक अन्तर होता है (सुविधा के लिए हम पहले मॉडल को एकरूपीय (Monodic) और दूसरे को बहुरूपीय (Polyadic) मॉडल कहेंगे। यदि दो दृष्टांत हैं, तो मॉडल द्विरूपी (Diadic) कहलाएगा और तीन है, तो त्रिरूपीय (triadic) इत्यादि। इनके बीच इसलिए गुणात्मक अन्तर है, क्योंकि एकरूपीय मॉडल में अवैध युक्ति वैध सत्य फलन युक्ति के अनुरुप हो सकती है, जबकि वही युक्ति किसी अन्य मॉडल में अवैध सत्यता फलन युक्ति के अनुरूप भी हो सकती है। आइए, हम एक ऐसी युक्ति पर विचार करते हैं जो पारंपरिक दृष्टि से अवैध है।

1) सभी राजनेता वकील हैं।

सभी जज वकील हैं।

∴सभी जज राजनेता हैं।

1. (x) [Px => Lx]

2. (x) [Jx => Lx]   / ∴ (x) Jx => Px

चूंकि सिर्फ एक प्रतिस्थापित दृष्टांत है, अतः यह युक्ति तार्किक रुप से निम्न के तुल्य हैः

3. p1:[Pa => La]

4. p2:[Ja => La]   / ∴ Ja => Pa

एकरूपी मॉडल में $(x)\ (\Phi x) \equiv \Phi a \equiv (\exists x)\ (\Phi x)$

∴युक्ति तार्किक रुप से निम्न के तुल्य है।

5. $Pa \Lambda La$

6. $Ja \Lambda La$ / ∴ $Ja \Lambda Pa$

यदि हम निष्कर्ष के किसी एक घटक का मूल्य। निर्धारित करते हैं तो न सिर्फ निष्कर्ष असत्य हो सकता है बल्कि एक आधार वाक्य भी असत्य हो जाता है।

जबकि, परिभाषा के अनुसार, वैध संयोजन में सभी आधारवाक्यों को सत्य होना ही चाहिए। सत्य आधारवाक्य से असत्य निष्कर्ष प्राप्त करना तार्किक रुप से असंभव है। इसलिए युक्ति वैध है।

यद्यपि, द्विरूप प्रकार में यही युक्ति अवैध हो जाती है। इससे पहले कि हम द्विरूप मॉडल में एक युक्ति के लिये उदाहरण पर विचार करें, आइए हम निम्न मॉडल की रचना पर विचार करें;

$[(x)\ (\Phi x)] \equiv [\Phi a\ \Lambda\ \Phi b]$

$[(x) \neg (\Phi x)] \equiv [\neg \Phi a\ \Lambda \neg \Phi b]$

$(\exists x)\ (\Phi x) \equiv [\Phi a \text{ v } \Phi b]$

$(\exists x) \neg (\Phi x) \equiv [\neg \Phi a \text{ v } \neg \Phi b]$

जहां a और b दो तत्व है जो द्विरूपी मॉडल के सदस्य हैं

2) आइए अब हम पिछली युक्ति का प्रतीकन करें।

1. p1: $(x)\ [Px \Rightarrow Lx]$

2. p2: $(x)\ [Jx \Rightarrow Lx]\ /\ \therefore (x)\ Jx \Rightarrow Px$

चूंकि हम द्विरूपी मॉडल पर विचार कर रहे हैं. अतः प्रतीकात्मक प्रस्तुति तार्किक रूप से निम्न के तुल्य हैं:

3. $(Pa \Rightarrow La)\ \Lambda\ (Pb \Rightarrow Lb)$

4. $(Ja \Rightarrow La)\ \Lambda\ (Jb \Rightarrow Lb)\ /\ \therefore (Ja \Rightarrow Pa)\ \Lambda\ (Jb \Rightarrow Pb)$

Pa को 0 और शेष को 1 मूल्य दीजिए। अब, परिणाम को निम्न प्रकार से अभिकलित किया जा सकता है

5. $(Pa \Rightarrow La)\ \boxed{\Lambda}\ (Pb \Rightarrow Lb)$

0 1 1 $\boxed{1}$ 1 1 1

6. $(Ja \Rightarrow La)\ \boxed{\Lambda}\ (Jb \Rightarrow Lb)\ /\ \therefore (Ja \Rightarrow Pa)\ \Lambda\ (Jb \Rightarrow Pb)$

1 1 1 $\boxed{1}$ 1 1 1   1 0 0 0 1 1 1

5 और 6 में जों सत्यता मूल्य बक्से के अंदर हैं, उनका संयोजन सत्य आधारवाक्य देता है, जबकि निष्कर्ष असत्य होता है। अतः युक्ति अवैध है। इस परिणाम को 3 या 3 से अधिक सदस्य वाले अन्य बहुरूपी मॉडलों को सम्मिलित करके सामान्यीकृत किया जा सकता है। जो द्विरूपी मॉडल के लिए सही है, वह किसी अन्य बहुरूपी मॉडल के लिए भी सही है। इस विधि से परिचित होने के लिए, आइए हम कुछ समस्याओं को हल करते हैं।

3. (x) (Dx => ⌐ Ex)

(x) (Ex => Fx) / ∴(x) (Fx => ⌐ Dx)

हम इस युक्ति को द्विरूप मॉडल तक ही सीमित रखते हैं। यदि यह युक्ति अवैध है, तो यह सभी बहुरूपी मॉडल के लिए अवैध होगी। 3 युक्ति का तार्किक रुप से तुल्य प्रकार निम्न है।

1. (Da => ⌐ Ea) Λ (Db => ⌐ Eb)

2. (Ea => Fa) Λ (Eb => Fb) / ∴(Fa => ⌐ Da) Λ (Fb => ⌐ Db)

⌐ Da को 0 मूल्य दें। व्याघात के नियम के अनुसार Da = 1 इसी प्रकार ⌐ Db को 0 मूल्य दें। इसलिए Db = 1को 1 मूल्य दें। ⌐ Ea को 1 मूल्य दें। Eb, 0 हो जाता है। Fa और Fb को 1 मूल्य दें। परिणाम को निम्न तरीके से अभिकलित किया जा सकता है;

3. (Da => ⌐ Ea) Λ (Db => ⌐ Eb)

1 1 1 1 1 1 1

4. (Ea => Fa) Λ (Eb => Fb) / ∴ (Fa => ⌐ Da) Λ (Fb => ⌐ Db)

0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0

इस युक्ति में भी सत्यता मूल्यों का संयोजन है, जिन्हें 5 और 6 में बक्से में बंद करने पर सत्य आधार वाक्य मिलते हैं, जबकि निष्कर्ष असत्य होता है। अतः युक्ति अवैध है। इस परिणाम को तीन या अधिक सदस्यों वाले अन्य बहुरूपी मॉडलों को सम्मिलित करके सामान्यीकृत किया जा सकता। जो द्विरूप मॉडल के लिए सही है, वह यहां बहुरूप मॉडल के लिए भी सही है।

4.

1. (∃x) (Jx Λ Kx)

2. (∃x) (Kx Λ Lx) / ∴(∃x) (Lx Λ Jx)

हम द्विरूप मॉडल में भी इस युक्ति पर विचार करेंगे। यह तार्किक रुप से निम्न के तुल्य है:

3.(Ja Λ Ka) v (Jb Λ Kb)

4. (Ka Λ La) v (Kb Λ Lb) /∴(La Λ Ja) v (Lb Λ Jb)

इस युक्ति और पिछले वाली युक्ति में अन्तर यह है कि जहां इस युक्ति में आधार वाक्य और निष्कर्ष वियोजक हैं, वही पिछली युक्ति में संयोजक कथन थे। यह अन्तर परिमाणकों के कारण है। सर्वव्यापी परिमाणकों के मामले में संयोजन एक संयोजक हैं, जबकि अंशव्यापी परिमाणकों में वियोजन संयोजक हैं।

सत्यता मूल्यों का निर्धारण निम्न तरीके से करें La और Jb को 0 और शेष को 1 मूल्य दें। परिणाम का अभिफलन निम्न तरीके से किया जाता है:

5. (Ja Λ Ka) v (Jb Λ Kb)

1 1 1 1 0 0 1

6. (Ka Λ La) v (Kb Λ Lb) /∴ (La Λ Ja) v (Lb Λ Jb)

1 0 0 1 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0

इस युक्ति में भी सत्यता मूल्यों का संयोजन, जिन्हें 5 और 6 में बक्से में रखा गया है, सत्य आधार वाक्य देते हैं, जबकि निष्कर्ष असत्य है। अतः यह युक्ति अवैध है। इस परिणाम को तीन या तीन से अधिक सदस्यों वाले अन्य बहुरूपीय मॉडल को सम्मिलित करके सामान्यीकृत किया जा सकता है। जो द्विरूप मॉडल के लिए सही है, है, वह यहां पर अन्य बहुरूप मॉडल के लिए भी किया जा सकता है।

19.9 अनिगमनिक तर्क / गैर–न्यायवाक्य तर्क

सभी युक्तियाँ निगमनिक नहीं हो सकती हैं, भले ही उनमें दो आधार वाक्य और एक निष्कर्ष हों। संबधात्मक युक्ति इसका एक अच्छा उदाहरण है।

1. बंगलुरु चैन्नई के पश्चिम में है।

2. मैंगलोर बंगलुरु के पश्चिम में है।

3. मैगलोर चैन्नई के पश्चिम में है।

अरस्तू की पद्धति, युक्तियों के इस वर्ग को निगमनित युक्ति नहीं मानती है, जबकि प्रतीकात्मक प्रस्तुतीकरण के द्वारा इसे वैध दिखाया जा सकता है। लेकिन इससे कथनों के अर्थ का विरूपण हो जाता है। यदि हम अर्थ को बचाए रखना चाहते हैं, तो प्रश्नानुसार वैधता या अवैधता को प्रदर्शित करना असंभव हो जाता है।

संबन्धात्मक युक्तियों के अतिरिक्त, युक्तियों का एक अन्य वर्ग और भी है जिसमें तीन से अधिक पद और तर्कवाक्य होते हैं। इस युक्ति पर विचार करें।

पुरुष (1) मूर्ख (2) और बेईमान (3) दोनों होते हैं।

कुछ पुरुष चिड़चिड़े होते हैं (4)।

∴ कुछ बेईमान पुरुष (3) चिड़चिडे होते हैं (4)।

यहाँ पदों को संख्या प्रदान कर दी जाती है, जिससे कोई भ्रम न हो। यद्यपि वक्तव्य भ्रामक हैं। यदि हम संयोजक तर्कवाक्य को एक तर्कवाक्य माने तो इस युक्ति में तीन तर्कवाक्य हैं। यदि पिछले कथन को स्वीकार किया जाए, तो यह युक्ति न्यायवाक्य नहीं हो सकती, क्योंकि इसमें चार पद हैं। इसलिए, इस प्रकार की युक्ति को अनिगमनिक युक्ति कहा जाता है। इस प्रकार के तर्क का सत्यापन करने के लिए हमें किसी अतिरिक्त नियम की आवश्यकता नहीं होती है। इस वर्ग की युक्ति का उचित प्रतीकन महत्वपूर्ण है। प्रतीकन निम्न प्रकार से होता है:

1. (x) [Mx => (Sx Λ Dx)]

2. (∃x) [Mx Λ Ix] / ∴ (∃x) (Ix Λ Sx). Its formal proof:

3. [Ma Λ Ia]	2,	E. I.
4. Ma => (Sa Λ Da)	1,	U. I.
5. Ma	3,	Simp.
6. (Sa Λ Da)	4, 5,	M. P.
7. Sa	6,	Simp.
8. Ia	3,	Simp.
9. Ia Λ Sa	8, 7,	Conj.
10. (∃x) (Ix Λ Sx)	9,	E.G.

पहले आधार वाक्य को संयोजक

यहाँ प्रथम चरण हमारा ध्यान आकर्षित करता है। यदि तर्कवाक्य मान लिया गया है, तो (1) का निम्न प्रकार से प्रतीकन किया जाएगा।

11. Sm Λ Dm

यह सर्वविदित तथ्य है कि संयोजन का कोई तुल्य प्रकार नहीं होता है। अतः 1, 11 के तुल्य नहीं है।

एक दूसरे कथन पर विचार करें जिसका गठन काफी भिन्न है। 'अमेरिकन और जर्मन विज्ञान में अग्रणी हैं। इस कथन का वास्तव में अर्थ यह है कि अमेरिकन या जर्मन कोई भी विज्ञान में अग्रणी हो सकते हैं। इसका यह अर्थ नहीं है कि अमेरिकन और जर्मन दोनों विज्ञान में अग्रणी हैं। अतः जब इस कथन को तार्किक भाषा में रूपांतरित किया जाता है, तो यह विशिष्ट वियोजक (अथवा) तर्कवाक्य बन जाता है। यह एक प्रकार का संयोजक तर्कवाक्य भी नहीं है; जैसे कि 'अमेरिकन विज्ञान में अग्रणी हैं और जर्मन विज्ञान में अग्रणी हैं'।

ऐसा इसलिए है, क्योंकि इस प्रकार के संयोजक तर्कवाक्य का अर्थ ठीक ऐसा है जैसे यह कहना कि अमेरिकन और जर्मन दोनों विज्ञान में अग्रणी हैं; स्पष्ट रूप से यह एक बेतुका कथन है। इस युक्ति पर विचार करें:

अमेरिकन और जर्मन वैज्ञानिक हैं।

कुछ श्वेत पुरुष अमेरिकन हैं।

इसलिए, कुछ श्वेत पुरुष वैज्ञानिक हैं।

इस युक्ति का प्रतीकन निम्न तरीके से होगा :

1. (x) [(Ax v Gx) => Sx]		
2. (∃x) [Wx Λ Ax]	/ ∴ (∃x)[Wx Λ Sx]	
3. Wa Λ Aa	2,	E.I.
4.Aa	3,	Simp.
5. (Aa v Ga)	4,	Add.
6. (Aa v Ga) => Sa	2,	U.I.
7. Sa	6, 5,	M.P.
8.Wa	3,	Simp.
9. Wa Λ Sa	8, 7,	Conj.
10. (∃x)[Wx Λ Sx]	9,	E.G.

एक विशेष अर्थ में, अनिगमनिक युक्तियां पारंपरिक निगमनिक युक्तियां से अधिक महत्वपूर्ण होती है। कारण स्पष्ट है; कि किसी भी वाद–विवाद में, भले ही वह विज्ञान या राजनीति पर आधारित हो, निगमनिक युक्ति का उपयोग कम ही किया जाता है। इसलिए अनिगमनिक युक्तियों से परिचित होने की अधिक आवश्यकता है।

बोध प्रश्न I

टिप्पणी: क) अपने उत्तर के लिए नीचे दिए गए रिक्त स्थान का उपयोग कीजिए।

ख) इकाई के अंत में दिए गए उत्तरों से अपने उत्तरों का मिलान कीजिए।

1) वैधता के औपचारिक प्रमाणों की रचना कीजिए:

1. 1) (x)[Qx => Rx]

2) (∃x)[Qx v Rx]

∴ (∃x) Rx

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

2. 1) (x)[Sx => (Tx =>Ux)]

2) (x)[Ux=>(Vx ΛWx)]

∴ (x) [Sx => (Tx => Vx Λ Wx)]

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

3. 1) (x)[Dx => ⌐ Ex]

2) (x)[Fx => Ex]

∴ (x) [Fx => ⌐ Dx]

....

....

....

....

4. 1) (∃x) [Jx Λ Kx]

2) (x) [Jx => Lx]

∴ (∃x) [Lx Λ Kx]

....

....

....

....

19.10 सारांश

परिमाणन, सत्यापन के तार्किक साधनों में वृद्धि करने वाले नियमों का एक अन्य समूह है। यह उन युक्तियों पर लागू होता है, जिनमें सामान्य और एकल तर्कवाक्य होते हैं। परिमाणन के नियमों का उपयोग अनुमान और प्रतिस्थापन के नियमों के साथ किया जाता है।

19.11 कुंजी शब्द

द्विरूपीय (Dyadic) : द्विरूपीय वह होता है, जिसमें वस्तुओं के दो सेट । और ठ होते हैं।

बहुरूपीय (Polyadic) : बहुरूपीय का अर्थ है, अनेक घटकों युक्त।

19.12 अन्य सहायक अध्ययन–सामग्राी एवं सन्दर्भ

बैसन. ए.एच. एवं ओ. कोनोर डी.जे., *इन्ट्रोडक्शन टु सिम्बोलिक लॉजिक*, कलकत्ता, ऑक्सफोर्ड युनिवर्सिटी प्रैस, 1976.

कोपी, आई.एम., *इन्ट्रोडक्शन टु लॉजिक*, न्यू दिल्ली, प्रेन्टिस हॉल इंडिया, नाइंथ ऐडिसन 1995.

ह्यूगीस, जी.ई. एवं लॉनडे, डी.जी.. *द एलीमेन्ट्स ऑफ फॉर्मल लॉजिक*, बोम्बे, बी.आई. पब्लिकेशन्स, 1966.

जोसेफ, एच.डब्ल.बी., *एन इन्ट्रोडक्शन टु लॉजिक*, ऑक्सफोर्ड, 1906.

कालिश, डोनल्ड ऐट अल. *लॉजिक टैक्नीक्स ऑफ फॉर्मल रीजनिंग*, न्यूयोर्क, हारकोर्ट बेस जोवेनोविच पब्लिशर्स, 1980.

लुइस. सी.जे. एवं लोंगफोर्ड, सी.एच., *सिम्बोलिक लॉजिक*, न्यूयोर्क, डोवर पब्लिकेशन इंक, 1959.

सुपे, पेट्रिक, *इंट्रोडक्शन टु लॉजिक*, न्यू दिल्ली, वेन नोस्ट्रेन्ड/रेनहोल्ड ऐफिलियेटिड ईस्ट–बेस्ट प्रैस, 1969.

19.13 बोध प्रश्नों के उत्तर

1

1) (x) [Qx => Rx]

2) (∃x) [Qx v Rx] /∴ (∃x) (Rx)

3) Qa v Ra 2, E.I.

4) Qa => Ra 1, U.I.

5) Ra 4, 3, M.P.

6) (∃x) Rx 5, E.G.

2

1) (x) [Sx => (Tx => Ux)]

2) (x) [Ux => (Vx Λ Wx)] /∴ (x) [Sx => {Tx => (Vx Λ Wx)}]

3) Sa => (Ta => Ua) 1, U.I.

4) Ua => (Va Λ Wa) 2, U.I.

5) (Sa Λ Ta) => Ua 3, Exp.

6) (Sa Λ Ta) => (Va Λ Wa) 5, 4, H.S.

7) Sa => (Ta => (Va Λ Wa)) 6, Exp.

8) ∴ (x) [Sx => {Tx => (Vx Λ Wx)}]   7,   U.G.

3

1) (x) [Dx => ⌐ Ex]

2) (x) [Fx => Ex]   /∴ (x) [Fx => ⌐ Dx]

3) Da => ⌐ Ea   1,   U.I.

4) Fa => Ea   2,   U.I.

5) Ea => ⌐ Da   3,   Trans.

6) Fa => ⌐ Da   4, 5,   H.S.

7) ∴ (x) [Fx => ⌐ Dx]   6,   U.G.

4

1) (∃x) [Jx Λ Kx]

2) (x) [Jx => Lx]   /∴ (∃x) [Lx Λ Kx]

3) Ja Λ Ka   1,   E.I.

4) Ja => La   2,   U.I.

5)Ja   3,   Simp.

6)Ka   3,   Simp.

7) La   4, 5,   M.P.

8) La Λ Ka   7, 6,   Conj.

9) (∃x) [Lx Λ Kx]   8,   E.G.