
इकाई 16 प्रतिज्ञप्ति का तर्कशास्त्र¹⁷

रूपरेखा

- 16.0 उद्देश्य
- 16.1 परिचय
- 16.2 प्रतिज्ञप्तियां और प्रतीकीकरण
- 16.3 सु-रचित सूत्र
- 16.4 सत्य फलन
- 16.5 प्रतिज्ञप्तियों के लिए सत्यता-सारणी
- 16.6 पुनरुक्ति, आत्म-ब्याघात और आपातिक प्रतिज्ञप्तियां
- 16.7 युक्तियों के लिए सत्यता-सारणी
- 16.8 अप्रत्यक्ष सत्यता-सारणी विधि
- 16.9 युक्ति-रूप
- 16.10 वैधता का औपचारिक साक्ष्य
- 16.11 भारतीय तर्कशास्त्र पर एक समीक्षा
- 16.12 सारांश
- 16.13 कुंजी शब्द
- 16.14 अन्य सहायक अध्ययन-सामग्री एवं सन्दर्भ
- 16.15 बोध प्रश्नों के उत्तर

¹⁷ श्री इकबाल हुसैन अहमद, सहायक प्राध्यापक, अध्यापन शिक्षण केन्द्र, तेजपुर विश्वविद्यालय। अनुवाद- डॉ. रिंकी जादवानी, अनुवाद- डॉ. रिंकी जादवानी, सहायक प्राध्यापक, दर्शनशास्त्र, मानविकी विभाग, दिल्ली प्रौद्योगिक विश्वविद्यालय, दिल्ली।

16.0 उद्देश्य

इस इकाई का उद्देश्य छात्र को प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र से परिचित कराना है। आधुनिक तर्कशास्त्र या प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र के विकास को समझने के लिए प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र को समझना महत्वपूर्ण है। यह छात्र को तार्किक अभिव्यक्तियों में सत्यता और वैधता का परीक्षण करने के लिए, प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र के अंतर्गत उपयोग की जाने वाली तकनीकों को समझने में भी मदद करता है। प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र के विभिन्न पक्षों के विश्लेषण के माध्यम से, छात्र यह सीखने में सक्षम होंगे;

- प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र की प्रकृति
- प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र में प्रतीकीकरण की प्रक्रिया
- सत्य-फलन प्रतिज्ञप्तियों के प्रकार
- सत्य-सारणी विधि का उपयोग
- अप्रत्यक्ष सत्य-सारणी विधि
- भारतीय तर्कशास्त्र में प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र की समानताएं

(टिप्पणी: इस इकाई में अन्य इकाइयों की भांति हिन्दी और अंग्रेजी दोनों भाषाओं के वर्णों का उपयोग प्रतिज्ञप्तियों के प्रतीकीकरण के लिए किया गया है, यह विद्यार्थी की समझ के दायरे को बढ़ाने के उद्देश्य से किया गया है)।

16.1 परिचय

इस पाठ्यक्रम के पिछले खंडों में और इस खंड की पिछली इकाइयों में आपने सीखा है कि निगमनात्मक तर्क-युक्ति की वैधता उसके प्रारूप पर निर्भर करती है। यह न्यायवाक्य की इकाइयों में और अधिक स्पष्ट किया गया है। केवल प्रारूप/रूप को देखकर आप कह सकते हैं कि तर्क-युक्ति वैध है या अवैध। हालाँकि आपने देखा होगा कि भाषा के सामान्य उपयोग में प्रारूप का मूल्यांकन जटिल है। उदाहरण के लिए, एक ही शब्द का उपयोग दो प्रतिज्ञप्तियों में अलग-अलग अर्थों के लिए किया जा सकता है या कभी-कभी दो शब्दों के बीच का संबंध स्पष्ट रूप से नहीं बताया जा सकता है। इसलिए तर्कशास्त्री हमेशा प्रक्रिया को सरल बनाने का प्रयास करते रहे हैं। पारंपरिक तर्कशास्त्र में आपने देखा है कि कैसे S, P और M अक्षरों का उपयोग न्यायवाक्यीय युक्तियों में शब्दों का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जाता है और कैसे एक न्यायवाक्य को एक मानक रूप दिया जाता है। यह कुछ हद तक सामान्य भाषा की अस्पष्टता को कम करने में सक्षम था। हालाँकि, यह प्रक्रिया काफी हद तक दो चीजों तक सीमित थी; मानक-प्रारूप न्यायवाक्य में केवल निरुपाधिक प्रतिज्ञप्तियों का उपयोग करना और

प्रतिज्ञप्तियों के पदों का प्रतीकीकरण। लेकिन आधुनिक तर्कशास्त्री तार्किक प्रारूपों की पहचान को आसान बनाने के लिए विशेष प्रतीकों के उपयोग द्वारा, जो पदों के बीच संबंध भी दिखाते हैं, और भी आगे बढ़े। उन्होंने प्रतिज्ञप्तियों को पुनः वर्गीकृत करने का प्रयास किया ताकि जटिल प्रतिज्ञप्तियों वाली युक्तियों के प्रारूप को भी आसानी से पहचाना जा सके। इन प्रयासों से प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र का विकास हुआ।

पारंपरिक तर्कशास्त्र के विपरीत, प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र, तर्क-युक्तियों को देखते समय केवल प्रतिज्ञप्ति के पदों को न देखकर, पूरी प्रतिज्ञप्ति पर विचार करता है। चूंकि यह प्रतिज्ञप्तियों या तार्किक वाक्यों से संबंधित है, इसलिए इसे प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र और कभी-कभी वाक्यी तर्कशास्त्र भी कहा जाता है। इस प्रकार प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र प्रतिज्ञप्तियों की आंतरिक संरचना का विश्लेषण नहीं करता है। (हालांकि आधुनिक तर्कशास्त्र की एक और शाखा है जो प्रतिज्ञप्तियों की आंतरिक संरचना का विश्लेषण करती है। तर्क की उस शाखा को विधेय तर्कशास्त्र के रूप में जाना जाता है। हमारे पास यहां इस पर चर्चा करने की कोई स्थिति नहीं है।) प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र एक युक्ति की सभी प्रतिज्ञप्तियों को देखता है। प्रतिज्ञप्तियों को अक्षरों द्वारा दर्शाया जाता है और प्रतिज्ञप्तियों के बीच संबंधों को संयोजकों या संकारकों (ऑपरेटर) द्वारा दर्शाया जाता है। इस प्रकार प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र जटिल तर्क-युक्तियों को प्रतीकात्मक रूप में प्रस्तुत कर सकता है और ऐसी तर्क-युक्तियों की वैधता का निर्धारण करना बहुत आसान हो जाता है।

16.2 प्रतिज्ञप्तियां और प्रतीकीकरण

प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र प्रतिज्ञप्तियों वाली तर्क-युक्तियों से संबंधित है और युक्ति की वैधता और अवैधता के लिए प्रत्येक प्रतिज्ञप्ति को संपूर्णता में लिया जाता है। इसलिए यह प्रतिज्ञप्ति की पारंपरिक परिभाषा और वर्गीकरण पर आधारित नहीं हो सकता। पारंपरिक तर्कशास्त्र, जैसा कि आप पहले ही देख चुके हैं, व्यापक रूप से निरूपाधिक प्रतिज्ञप्तियों तक ही सीमित था। इसलिए पारंपरिक तर्कशास्त्र जटिल वाक्यों वाली तर्क-युक्तियों के संबंध में असमर्थ था। प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र, प्रतिज्ञप्ति की आधुनिक परिभाषा कि प्रतिज्ञप्ति एक कथन है जो या तो सत्य है या असत्य है, के आधार पर इन सीमाओं को तोड़ पाया। इसलिए यह दो पद और एक संयोजक वाले वाक्यों तक ही सीमित नहीं है।

आधुनिक तर्कशास्त्रियों ने प्रतिज्ञप्तियों को मुख्य तौर पर दो प्रकारों में वर्गीकृत किया है— सरल और मिश्रित प्रतिज्ञप्तियां। प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र इस वर्गीकरण को आधार बनाता है। यह अंतर युक्ति की प्रतीकीकरण प्रक्रिया को समझने और प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र में उसकी वैधता का परीक्षण करने के लिए महत्वपूर्ण है।

एक सरल प्रतिज्ञप्ति वह है जिसके घटक के रूप में कोई अन्य प्रतिज्ञप्ति शामिल नहीं है। दूसरे शब्दों में, एक सरल प्रतिज्ञप्ति को विभिन्न प्रतिज्ञप्तियों में विभाजित नहीं किया जा सकता है। उदाहरण के लिए;

टोडरमल एक महान व्यक्ति थे।

योग का आविष्कार प्राचीन भारत में हुआ था।

टैगोर नोबेल पुरस्कार विजेता थे।

इन प्रतिज्ञप्तियों में घटकों के रूप में अन्य प्रतिज्ञप्तियां नहीं होती हैं। इसलिए, ये सरल प्रतिज्ञप्तियां हैं। प्रतिज्ञप्तीय तर्कशास्त्र में इन प्रतिज्ञप्तियों को प्रतीकात्मक रूप से किसी भी सुविधाजनक अपरकेस अक्षर का उपयोग करके दर्शाया जाता है। आमतौर पर किसी भी महत्वपूर्ण शब्द का पहला अक्षर लिया जा सकता है। यहाँ ट, य और ट का उपयोग क्रमशः उपरोक्त तीन प्रतिज्ञप्तियों का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जा सकता है। अब आप देख सकते हैं कि 'टोडरमल' और 'टैगोर' शब्दों से संकेत लेते हुए ट का दो बार प्रयोग किया गया है। क्या आपको नहीं लगता कि इससे कुछ स्थितियों में भ्रम पैदा होगा? विशेषरूप से अगर ये एक ही युक्ति के भाग हैं। इसलिए, एक युक्ति की सभी सरल प्रतिज्ञप्तियों के लिए हमें प्रत्येक प्रतिज्ञप्ति का एक अद्वितीय अक्षर उपयोग करने की आवश्यकता है। हम प्रतीकीकरण के इस विषय पर जल्द ही वापस आएंगे। आइए अब पहले मिश्रित प्रतिज्ञप्ति के बारे में जानते हैं।

एक मिश्रित प्रतिज्ञप्ति को एक ऐसी प्रतिज्ञप्ति के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जिसमें घटक के रूप में एक या एक से अधिक सरल प्रतिज्ञप्तियां होती हैं। उदाहरण के लिए,

ऐसा नहीं है कि तानसेन एक महान संगीतज्ञ थे।

योग का आविष्कार प्राचीन भारत में हुआ था और टैगोर नोबेल पुरस्कार विजेता थे।

पहले मामले में घटक के रूप में एक सरल प्रतिज्ञप्ति है कि 'तानसेन एक महान संगीतकार थे'। और दूसरी प्रतिज्ञप्ति में घटक के रूप में दो सरल प्रतिज्ञप्तियां हैं – (1) योग का आविष्कार प्राचीन भारत में हुआ था, (2) टैगोर नोबेल पुरस्कार विजेता थे।

तर्कशास्त्री व्यापक रूप से मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों को पाँच प्रकारों में वर्गीकृत करते हैं; निषेध, संयोजन, वियोजन, सोपाधिक और द्वि-उपाधिक।

निषेध या निषेधात्मक प्रतिज्ञप्ति में किसी प्रतिज्ञप्ति का निषेध शामिल होता है। इस प्रतिज्ञप्ति में शब्द 'नहीं' या वाक्यांश 'ऐसा नहीं है कि' का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, 'हरीश एक ईमानदार व्यक्ति नहीं है', 'ऐसा नहीं है कि हरीश एक ईमानदार व्यक्ति है।' कृपया ध्यान दें

कि केवल नकारात्मक अर्थ वाले शब्द का उपयोग करने से एक प्रतिज्ञप्ति एक नकारात्मक मिश्रित प्रतिज्ञप्ति नहीं बन जाती है। उदाहरण के लिए, 'हरीश एक बेईमान व्यक्ति है' केवल एक सरल प्रतिज्ञप्ति है, 'हरीश एक बेईमान व्यक्ति नहीं है' एक निषेध है, और इसलिए, एक मिश्रित प्रतिज्ञप्ति है।

संयोजन या संयोजक प्रतिज्ञप्ति ऐसी मिश्रित प्रतिज्ञप्ति है जहाँ सरल प्रतिज्ञप्तियां 'और' या इसके जैसे शब्दों से जुड़ी होती हैं। उदाहरण के लिए, 'रमा एक शिक्षक है और दिनेश एक पत्रकार है'। इस प्रतिज्ञप्ति में दो सरल प्रतिज्ञप्तियां हैं— 'रमा एक शिक्षक है' और 'दिनेश एक पत्रकार है'। इन घटक प्रतिज्ञप्तियों को मिश्रितक कहा जाता है।

वियोजन या वियोजक प्रतिज्ञप्ति ऐसी मिश्रित प्रतिज्ञप्ति है जहाँ सरल प्रतिज्ञप्तियां 'या' या इसके जैसे शब्दों से जुड़ी होती हैं। उदाहरण के लिए, 'राम एक शिक्षक है या राम एक पत्रकार है'। प्रतिज्ञप्ति में दो सरल प्रतिज्ञप्तियां हैं— 'राम एक शिक्षक है' और 'राम एक पत्रकार है'। इन घटक प्रतिज्ञप्तियों को वियुक्तक कहा जाता है। यह ध्यान दिया जा सकता है कि वियोजक प्रतिज्ञप्ति को आगे व्यावर्तक और समावेशी वियोजन में विभाजित किया जा सकता है। व्यावर्तक वियोजन में दो वियुक्तकों में से केवल एक ही सत्य हो सकता है।

सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति ऐसी मिश्रित प्रतिज्ञप्ति है जहां घटकों के बीच संबंध 'यदि' और 'तो' द्वारा व्यक्त किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि मौसम प्रतिकूल रहेगा तो क्रिकेट मैच रद्द कर दिया जाएगा। इस मिश्रित प्रतिज्ञप्ति में दो सरल प्रतिज्ञप्तियां क्रमशः 'मौसम प्रतिकूल रहेगा' और 'क्रिकेट मैच रद्द कर दिया जाएगा' 'यदि...तो..' से जुड़े हुए हैं। 'यदि' / 'अगर' के बाद की प्रतिज्ञप्ति को पूर्ववर्ती कहा जाता है और 'तो' के बाद की प्रतिज्ञप्ति को अनुवर्ती कहा जाता है। इस संबंध को शाब्दिक आपादन कहा जाता है। क्योंकि अनुवर्ती का वस्तुगत सत्य पूर्ववर्ती के वस्तुगत सत्य द्वारा निहित या स्थापित होता है। कृपया यहां ध्यान दें कि आपादन को व्युत्पत्ति के अर्थ में नहीं लिया जाना चाहिए जैसे कि किसी युक्ति की प्रतिज्ञप्ति निष्कर्ष को दिखाती है।

दूसरी ओर, द्वि-उपाधिक प्रतिज्ञप्ति, एक ऐसी मिश्रित प्रतिज्ञप्ति है जहां घटक 'यदि और केवल यदि' वाक्यांश से जुड़े होते हैं। उदाहरण के लिए, सीमा सिनेमा तभी जाएगी जब रिहाना उसके साथ जाएगी। यहाँ संबंध वास्तविक तुल्यता का है। इस प्रतिज्ञप्ति को द्वि-उपाधिक कहा जाता है क्योंकि इसमें दो सोपाधिक प्रतिज्ञप्तियों का संयोजन होता है। अगर हम वर्तमान उदाहरण का विश्लेषण करें तो हम पाते हैं कि— यदि रिहाना उसके साथ जाती है तो सीमा सिनेमा जाएगी और सीमा तभी सिनेमा जाएगी जब रिहाना उसके साथ जाएगी। यहां घटकों के बीच संबंध एक अनिवार्य और पर्याप्त उपाधि है।

अब देखते हैं कि ऊपर बताई गई विधि के अनुसार इन पांच प्रकार की मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों का प्रतीकीकरण किस प्रकार किया जा सकता है।

मिश्रित प्रतिज्ञप्ति	उदाहरण	प्रतीकीकरण
निषेधात्मक प्रतिज्ञप्ति	यह मामला नहीं है कि हरीश एक ईमानदार व्यक्ति है	यह मामला नहीं है कि ह
संयोजक प्रतिज्ञप्ति	रमा एक अध्यापक है और दिनेश एक पत्रकार है	र और द
वियोजक प्रतिज्ञप्ति	रमा एक अध्यापक है अथवा रमा एक पत्रकार है	अ अथवा प
सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति	यदि मौसम अस्थिर है तो क्रिकेट मैच निरस्त हो जायेगा	यदि म तो न
द्वि-उपाधिक प्रतिज्ञप्ति	सीमा सिनेमा जायेगी यदि और केवल यदि रिहाना उसके साथ जायेगी	स यदि और केवल यदि र

तालिका 1: मिश्रित प्रतिज्ञप्ति और प्रतीकीकरण

यहाँ आप देख सकते हैं कि प्रत्येक मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों में सरल प्रतिज्ञप्तियों को अपर केस वर्णमाला का उपयोग करके दिखाया गया है। लेकिन शब्दों और वाक्यांशों का प्रतीकीकरण कैसे करें, जैसे 'ऐसा नहीं है कि', 'या', 'और', 'यदि ... तो...', 'यदि और केवल यदि', आदि? अब इनका प्रतीकीकरण करने से पहले हमें यह याद रखना होगा कि ये सरल प्रतिज्ञप्तियों से अलग हैं। ये वाक्यांश मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों की प्रकृति को प्रकट करते हैं। निषेध की स्थिति में, एक सरल प्रतिज्ञप्ति को नकारा जाता है, दूसरे मामलों में कम से कम दो सरल प्रतिज्ञप्तियों को एक विशेष विधि से एक विशेष अर्थ के लिए जोड़ा जाता है। इसलिए, मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों का प्रतीकीकरण करते समय हमें विशेष तार्किक प्रतीकों का उपयोग करने की आवश्यकता होती है जिन्हें तार्किक संकारक (लॉजिकल ऑपरेटर्स) या संयोजक या तार्किक स्थिरांक के रूप में जाना जाता है। ये अंग्रेजी वाक्यों को प्रतीकात्मक तार्किक अभिव्यक्तियों में अनुवाद करने में हमारी मदद करते हैं। इस प्रकार मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों को व्यक्त करने के लिए हमारे पास पाँच तार्किक संकारक हैं। निम्नलिखित सूची प्रतीकीकरण की प्रक्रिया में हमारी मार्गदर्शिका बनने जा रही है।

प्रतिज्ञप्ति	प्रतिनिधि शब्द / वाक्यांश	तार्किक संकारक	नम	कार्य
निषेधात्मक	नहीं / यह मामला नहीं है कि / यह असत्य है कि	~	वक्र रेखा	निषेध
संयोजक	और / भी / अधिक क्या कहा जाये	•	बिन्दु	संयोजन
वियोजक	या / अथवा / यदि ऐसा नहीं	V	पत्ती की तरह	वियोजन

सोपाधिक	केवल यदि/यदि... तब/यदि...तो	⊃	घोड़े की नाल की तरह	आपादान
द्वि-उपाधिक	यदि और केवल यदि/के लिए पर्याप्त और आवश्यक/अपरिहार्य शर्त	≡	त्रि-समानान्तर रेखाचिन्ह	समतुल्यन

तालिका 2

उपर्युक्त तालिका के आलोक में, पूर्व में उल्लिखित उदाहरणों को संकारकों के उपयोग से प्रतीकीकृत करते हैं।

मिश्रित प्रतिज्ञप्ति	उदाहरण	प्रतीकीकरण	संकारक के उपयोग से प्रतीकीकरण
निषेधात्मक प्रतिज्ञप्ति	यह मामला नहीं है कि हरीश एक ईमानदार व्यक्ति है	यह मामला नहीं है कि ह	~ह
संयोजक प्रतिज्ञप्ति	रमा एक अध्यापक है और दिनेश एक पत्रकार है	र और द	र•द
वियोजक प्रतिज्ञप्ति	रमा एक अध्यापक है अथवा रमा एक पत्रकार है	अ अथवा प	अ अ प
सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति	यदि मौसम अस्थित है तो क्रिकेट मैच निरस्त हो जायेगा	यदि म तो न	म ⊃ न
द्वि-उपाधिक प्रतिज्ञप्ति	सीमा सिनेमा जायेगी यदि और केवल यदि रिहाना उसके साथ जायेगी	स यदि और केवल यदि र	स ≡ र

तालिका 3

सामान्य तौर पर, यह प्रतीकीकरण की प्रक्रिया है। इस तरह से हम वाक्यों का रूपांतरण तार्किक प्रतिज्ञप्तियों के प्रतीक रूप में कर सकते हैं, इससे मिश्रित प्रतिज्ञप्ति की तार्किक संरचना के निश्चय में सरलता होती है। लेकिन यह रूपांतरण हमेशा हमारी भाषा के भाव को पकड़ने में समर्थ नहीं होता है, लेकिन फिर भी एक हद यह उस भाव को पकड़ता है। यह चर्चा करना इस इकाई का प्रतिपाद्य नहीं है। आइये प्रतीकीकरण से सुपरिचित होने के लिए कुछ अन्य उदाहरणों की चर्चा करते हैं।

आप जान ही चुके हैं कि किसी सरल प्रतिज्ञप्ति के निषेध से मिश्रित प्रतिज्ञप्ति बनती है, जिसे निषेधात्मक प्रतिज्ञप्ति कहते हैं। निषेध को दर्शाने के लिए उस सरल प्रतिज्ञप्ति के पहले वक्र रेखा चिन्ह का उपयोग करते हैं। हमारी भाषा में निषेध कई तरह से अभिव्यक्ति पाता है, लेकिन तार्किक संकारक प्रत्येक मामले में समान रहता है।

सभी मनुष्य वैज्ञानिक नहीं हैं। \sim व (वैज्ञानिक के लिए प्रतीक व)

यह मामला नहीं है कि सभी मनुष्य वैज्ञानिक हैं। \sim व

यह असत्य है कि सभी मनुष्य वैज्ञानिक हैं। \sim व

यह स्पष्ट है कि \sim को उस प्रतिज्ञप्ति के पहले लिखा जाना चाहिए, जिसका निषेध किया गया है। \sim को दो प्रतिज्ञप्तियों के संयोजक/जोड़ने वाले के तौर पर नहीं लिखा जा सकता है। इसलिए \sim और \sim ब सही नहीं हैं। यद्यपि \sim ब सही है, क्योंकि यहाँ \sim को ब के पहले रखा गया है, और उसके पूर्व कोई प्रतिज्ञप्ति न होकर एक अन्य संकारक है। \sim का उपयोग एक मिश्रित प्रतिज्ञप्ति, जिसमें अनेक सरल प्रतिज्ञप्तियां सम्मिलित हैं, के पहले किया जा सकता है। उदाहरण के लिए,

$\sim(P \vee Q)$

$\sim(P \bullet \sim Q \equiv R)$

$\sim[(P \bullet S) \vee (Q \supset R)]$

ये सभी प्रतिज्ञप्तियां निषेधात्मक हैं, क्योंकि इनमें \sim मुख्य संकारक है। अब प्रश्न है कि मुख्य संकारक क्या है? मुख्य संकारक वह है, जिसकी सीमा में मिश्रित प्रतिज्ञप्ति का सभी कुछ सम्मिलित हो जाता है। आप जानते ही हैं कि मिश्रित प्रतिज्ञप्ति में अनेक घटक प्रतिज्ञप्तियां हो सकती हैं, जिसके कारण उसमें अनेक संकारकों का उपयोग हो सकता है। लेकिन मुख्य संकारक के ज्ञान से ही कथन की अभिव्यक्ति उचित ढंग से सम्भव है। उदाहरण के लिए, $A \bullet B \vee C$ । इसमें हम यह नहीं जान सकते कि यह किस प्रकार की मिश्रित प्रतिज्ञप्ति है, क्योंकि इसमें मुख्य संकारक की पहचान नहीं हो पा रही है। लेकिन $A \bullet (B \vee C)$ में मुख्य संकारक को पहचाना जा सकता है। इसमें \bullet मुख्य संकारक है, क्योंकि सभी कुछ \bullet की सीमा में सम्मिलित है। मुख्य संकारक को पहचानने का एक सरल उपाय यह है कि यदि कोष्ठक हों, तो कोष्ठक के बाहर जो संकारक हो वह मुख्य संकारक होता है। हाँ, यदि दो संकारक हों तो \sim के अलावा अन्य दूसरा मुख्य संकारक होगा। उदाहरण के लिए, $(H \vee H) \bullet \sim (P \vee Z)$ । यहाँ \bullet मुख्य संकारक है।

अब संयोजन की चर्चा करते हैं। \bullet प्रतीक का उपयोग "और", "भी", "लेकिन", "किन्तु", "तो भी", "अब भी", इत्यादि संयोजन के रूपांतरण में किया जाता है। इन प्रतिज्ञप्तियों के रूपांतरण के

लिए यह सुनिश्चित होना चाहिए कि तार्किक कथन सामान्य वाक्य के समतुल्य हों। उदाहरण के लिए, राम और लक्ष्मण दार्शनिक हैं। इसका रूपांतरण होगा, र • ल, क्योंकि यह वाक्य राम दार्शनिक है और लक्ष्मण दार्शनिक है के समतुल्य है। लेकिन राम और लक्ष्मण मित्र हैं को र • ल में रूपांतरित नहीं किया जा सकता है, क्योंकि र • ल का तात्पर्य है राम मित्र है और लक्ष्मण मित्र है। और यह सामान्य (आम बोलचाल) वाक्य के समतुल्य नहीं है।

निम्नोक्त सभी संयोजक प्रतिज्ञप्तियां हैं, क्योंकि इनमें मुख्य संकारक • है।

$W \cdot L, (W \vee L) \cdot (D \vee L), \sim P \cdot [W \vee (S \supset T)]$

वियोजन में, अ प्रतीक का उपयोग "या", "यदि ऐसा नहीं", "अथवा", इत्यादि के रूपांतरण के लिए किया जाता है। "या"/"अथवा" का उपयोग समावेशन अथवा बहिर्वेशन/निष्कासन दोनों भावों में किया जा सकता है। यदि समावेशन भाव लिया जाता है, तो इसका आशय होता है कि या से जुड़ी दोनों प्रतिज्ञप्तियां सत्य हो सकती हैं। उदाहरण के लिए, या तो वह अध्यापक है या फिर पत्रकार है। यहाँ अध्यापक और पत्रकार दोनों हुआ जा सकता है। निष्कासन के भाव में, दोनों प्रतिज्ञप्तियां एक साथ सत्य नहीं हो सकती हैं। उदाहरण के लिए, वह कल शाम लंदन गई या वह कल शाम वाशिंगटन गई। यहाँ केवल एक ही प्रतिज्ञप्ति सत्य हो सकती है। जब यदि मिश्रित प्रतिज्ञप्ति में मुख्य संकारक \vee हो तो यह वियोजक प्रतिज्ञप्ति होती है। निम्नोक्त वियोजक प्रतिज्ञप्ति के उदाहरण हैं,

$P \vee Q, Z \vee (G \cdot L), (L \cdot V) \vee (Q \vee \sim K)$

सोपाधिक या आपातिक प्रतिज्ञप्तियों के लिए का उपयोग करके "यदि...तो...", "केवल यदि" या समरूप अभिव्यक्तियों का रूपांतरण किया जाता है। सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति के मामले में, उपाधि (शर्त) या तो पर्याप्त ("यदि" से इंगित) या फिर आवश्यक/अपरिहार्य ("केवल यदि" से इंगित) हो सकती है। इसलिए पूर्ववर्ती और अनुवर्ती/उत्तरवर्ती को चुनना थोड़ा जटिल है। "यदि" के साथ आने वाला हिस्सा पूर्ववर्ती के तौर पर माना जाता है। और "केवल यदि" के साथ आने वाला हिस्सा हमेशा उत्तरवर्ती माना जाता है। उदाहरण के लिए, अ केवल यदि ब, का रूपांतरण है $a \supset b$, जबकि अ यदि ब का रूपांतरण है $b \supset a$ ।

\supset को मुख्य संकारक के तौर पर रखने वाली अभिव्यक्ति सोपाधिक/आपातिक प्रतिज्ञप्ति होती है। उदाहरण के लिए,

$P \supset Q, Z \supset (G \cdot L), (L \cdot V) \supset (Q \vee \sim K)$

द्वि-उपाधिक प्रतिज्ञप्ति में \equiv प्रतीक को "यदि और केवल यदि" और समरूप अभिव्यक्तियों के रूपांतरण के लिए उपयोग में लाया जाता है। यह दो उपाधियों- अपरिहार्य और पर्याप्त को

इंगित करता है। इसलिए यह प्रतिज्ञप्ति दो सोपाधिक प्रतिज्ञप्तियों के समतुल्य होती है। उदाहरण के लिए, मोबाइल कम्पनी अ 4जी सेवा का मूल्य घटाती है यदि और केवल यदि मोबाइल कम्पनी ब 4जी सेवा का मूल्य घटाती है। इसे $A \equiv B$ से प्रतीकीकृत किया जा सकता है। इसे इस तरह भी अभिव्यक्त किया जा सकता हैरू मोबाइल कम्पनी अ 4जी सेवा का मूल्य घटाती है यदि मोबाइल कम्पनी ब 4जी सेवा का मूल्य घटाती है (ब \supset अ) और मोबाइल कम्पनी अ 4जी सेवा का मूल्य घटाती है केवल यदि मोबाइल कम्पनी ब 4जी सेवा का मूल्य घटाती है (अ \supset ब)।

इन सोपाधिक प्रतिज्ञप्तियों को एक साथ इस तरह प्रतीकीकृत किया जा सकता है (ब \supset अ)•(अ \supset ब) और यह $A \equiv B$ के समतुल्य है।

निम्नोक्त मिश्रित प्रतिज्ञप्तियां दि-उपाधिक हैं, क्योंकि इनका मुख्य संकारक \equiv है।

$$\sim P \equiv Q, Z \equiv (G \cdot L), (L \cdot \sim V) \equiv (Q \vee \sim K)$$

16.3 सु-रचित सूत्र

उपर्युक्त उदाहरणों में दर्शाये गये प्रतीकीकृत अभिव्यक्तियों को सु-रचित सूत्र कहते हैं। वे अर्थपूर्ण और अभ्रामक वाक्यों के अनुवाद/रूपांतरण हैं। वे वाक्य-विन्यास में उचित वाक्यों के समान ही वाक्य-विन्यास में उचित होते हैं। इसे एक उदाहरण से स्पष्ट किया जा सकता है- "मैरी इंद्रधनुष के रंगों को प्यार करती है"। यह वाक्य-विन्यास में उचित वाक्य है। इसका अर्थ स्पष्ट और अभ्रामक है। लेकिन "इंद्रधनुष प्यार है मैरी रंग करता" वाक्य-विन्यास में उचित नहीं है। समानरूप से, तार्किक अभिव्यक्तियां वाक्य-विन्यास में उचित या अनुचित हो सकती हैं।

जो उचित होगी, उसे सु-रचित सूत्र कहते हैं। इस प्रकार "P \vee Q~", "v P•" सु-रचित सूत्र नहीं हैं।

नियम/रीति जो	सु-रचित सूत्र नहीं	सु-रचित सूत्र
संकारक को मध्य में रखे बिना, दो या अधिक प्रतिज्ञप्तियों को नहीं जोड़ा जा सकता है।	AB A(AvB)	A v B A • (A v B)
वक्र रेखा चिन्ह को प्रतिज्ञप्ति के तुरन्त बाद नहीं, अपितु प्रतिज्ञप्ति के पहले रखा जाना चाहिए	A~ (A v B)~	~ A ~(A v B)

वक्र रेखा को अन्य संकारक के तुरन्त पहले नहीं रखा जा सकता है	$\sim \bullet A$ $A \sim \vee B$	$\sim A \bullet B$ $A \vee \sim B$
बिन्दु \bullet , पत्ती चिन्ह \wedge , घोड़े की नाल का चिन्ह \supset , या त्रिसमानान्तर रेखाचिन्ह \equiv को प्रतिज्ञप्तियों के मध्य में रखा जाना चाहिए	$\bullet A$ $BC \vee$ $\supset DF$	$A \bullet B$ $B \vee C$ $F \supset D$
कोष्ठकों का उचित उपयोग करके भ्रामकता से बचना चाहिए	$A \bullet \sim R \vee Q \equiv T \vee Z$	$A \bullet [(\sim R \vee Q) \equiv (T \vee Z)]$

तालिका 4

बोध प्रश्न I

टिप्पणी: क) अपने उत्तर के लिए दिये गये स्थान का उपयोग कीजिए।

ख) अपने उत्तरों की जांच इकाई के अंत में दिये गये उत्तरों से कीजिए।

1. प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र क्या है?

.....

.....

.....

.....

2. उचित तार्किक संकारकों का उपयोग करते हुये निम्नलिखित प्रतिज्ञप्तियों का प्रतीकीकरण कीजिए।

अ) यह मामला नहीं है कि भारत मंगल मिशन को छोड़ देगा।

आ) यदि अमेजन का वर्षावन नष्ट हुआ, तो वैश्विक तापन खतरनाक होगा।

.....

.....

.....

.....

16.4 सत्यता फलन

सत्यता फलन को गणितीय फलन की तुलना में समझा जा सकता है। उदाहरण के लिए; $k = x + 2$ । इसमें k के मूल्य का निर्धारण किया जा सकता है, यदि x का मूल्य ज्ञात हो। मान लेते हैं कि x का मूल्य है 1। तब k का मूल्य होगा 3। इसी प्रकार से, प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र में मिश्रित प्रतिज्ञप्ति के मूल्य को इसके घटकों के मूल्य से निर्धारित किया जा सकता है। गणित से अन्तर यह है कि तर्कशास्त्र में मूल्य संख्या न होकर सत्यता मूल्य होते हैं। एक प्रतिज्ञप्ति सत्य हो सकती है या असत्य हो सकती है। सत्य प्रतिज्ञप्ति का सत्यता मूल्य "सत्य" और असत्य प्रतिज्ञप्ति का सत्यता मूल्य "असत्य" होता है।

इस प्रकार सत्यता फलन वह मिश्रित अभिव्यक्ति है जिसका सत्यता मूल्य पूर्णतः इसके घटकों से निर्धारित होता है। तार्किक अभिव्यक्ति में हमारा लक्ष्य होता है, मुख्य संकारक (अचर) के मूल्य को अन्य संकारकों और प्रतिज्ञप्तियों इत्यादि के मूल्य के आधार पर पता करना, ये संकारक और प्रतिज्ञप्तियां उस मिश्रित प्रतिज्ञप्ति के घटक होते हैं। किन्तु, मूल्य के निर्धारण के लिए पूर्व में चर्चित मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों के पांच प्ररूपों के लिए अनुप्रयुक्त नियमों का अनुसरण करना आवश्यक है।

16.4.1 कथन रूप अथवा प्रतिज्ञप्ति रूप

अभी तक हमारा सम्बन्ध प्रतिज्ञप्तियों के रूपांतरण से था। प्रतिज्ञप्तियों के प्रतिरूपण (प्रतिनिधित्व) के लिए, हमने बड़े वर्णों का उपयोग किया (यह अंग्रेजी भाषा या उसके समरूप भाषाओं के लिए लागू है)। लेकिन जैसाकि हम जानते हैं कि तर्कशास्त्र का सम्बन्ध वास्तविक युक्तियों अथवा वास्तविक प्रतिज्ञप्तियों की अपेक्षा तार्किक रूप (या तार्किक आकार) हैं। अतः, अब हम कथन रूप अथवा प्रतिज्ञप्ति रूप का परिचय प्राप्त करेंगे। संकारकों और कथन चरों के उपयोग से कथन रूप विकसित किया जा सकता है। कथन चरों को छोटे वर्णों से प्रतीकीकृत किया जाता है (यह अंग्रेजी भाषा या उसके समरूप भाषाओं के लिए लागू है)। कथन चर किसी भी प्रतिज्ञप्ति का प्रतिनिधित्व कर सकते हैं। संकारकों को तार्किक अचर कहते हैं, क्योंकि उनका उपयोग हमेशा समान ढंग से ही होता है। उदाहरण के लिए, " $p \vee q$ " एक कथन रूप है। यदि हम " p " और " q " को क्रमशः "A" और "B" से प्रतिस्थापित कर दें, तो हमें प्रतिज्ञप्ति " $A \vee B$ " प्राप्त होती है। इसलिए कथन रूप को हम इस तरह परिभाषित कर सकते हैं, "कथन—रूप कथन चरों और संकारकों की इस तरह की व्यवस्था है कि चरों का कथनों से एकरूप प्रतिस्थापन का परिणाम कथन होता है।"

तार्किक संकारकों की प्रकृति की परीक्षा कथन रूपों के पदों में की जा सकती है। इसके लिए प्रत्येक कथन रूप के लिए सत्यता सारणी बनानी होगी। सत्यता सारणी सत्यता मूल्यों की वह

व्यवस्था है जो सभी सम्भावित मामलों में यह दर्शाती है कि मिश्रित प्रतिज्ञप्ति का सत्यता मूल्य उसके सरल घटकों के सत्यता मूल्यों के द्वारा किस तरह निर्धारित होता है। सरल प्रतिज्ञप्ति का सत्यता मूल्य सत्य या असत्य हो सकता है। सत्यता सारणी को बनाने के समय यह प्रथा है कि सत्य के लिए अंग्रेजी का बड़ा वर्ण T और असत्य के लिए अंग्रेजी का बड़ा वर्ण F प्रयोग किया जाता है (टिप्पणी: हिन्दी भाषा में आप सत्य या असत्य भी प्रयोग कर सकते हैं, या फिर सत्य के लिए स और असत्य के लिए अ का प्रयोग भी कर सकते हैं)।

निषेध के लिए वक्र रेखा प्रतीक का उपयोग किया जाता है। निषेध के लिए सत्यता सारणी दर्शाती है कि निषेध रूप वाली किसी प्रतिज्ञप्ति $\sim p$ का सत्यता मूल्य किस तरह उस प्रतिज्ञप्ति (p) जिसका निषेध किया गया है के सत्यता मूल्य से निर्धारित होता है।

16.4.1.1 निषेध

p	$\sim p$
T	F
F	T

सत्यता सारणी दर्शाती है जब p सत्य होता है तो $\sim p$ असत्य और जब p असत्य हो तो $\sim p$ सत्य।

अगला हम संयोजन के बारे में जानते हैं, जिसे से दर्शाते हैं। संयोजन ($p \cdot q$) के रूप वाली प्रतिज्ञप्ति के सत्यता मूल्य को इसके वियोजों (p, q) के सत्यता मूल्य से निर्धारित किया जाता है।

16.4.1.2 संयोजन

P	Q	$p \cdot q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

इस सत्यता सारणी में हम देखते हैं कि संयोजन केवल तभी सत्य होता है जब इसके दोनों संयोज सत्य हों और अन्य सभी मामलों में संयोजन असत्य होता है।

अब हम वियोजन पर चर्चा करते हैं, जिसे पत्ती (\vee) प्रतीक से दर्शाते हैं। वियोजन रूप वाली किसी प्रतिज्ञप्ति ($p \vee q$) के सत्यता मूल्य को वियोजों (p, q) के सत्यता मूल्य से निर्धारित करते हैं।

16.4.1.3 वियोजन

P	Q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

वियोजन केवल तभी असत्य होता है जब दोनों वियोज असत्य होते हैं। अन्य सभी मामलों वियोजन सत्य होता है।

अब हम सोपाधिक (वस्तुगत आपादान) की चर्चा करेंगे, जिसे घोड़े की नाल जैसी आकृति (\supset) से दर्शाया जाता है। सोपाधिक रूप वाली किसी प्रतिज्ञप्ति ($p \supset q$) का सत्यता मूल्य इसके पूर्ववर्ती (p) और पश्चवर्ती/उत्तरवर्ती (q) के सत्यता मूल्यों से निर्धारित होता है।

16.4.1.4 सोपाधिक

P	Q	$p \supset q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

सोपाधिक केवल तभी असत्य होता है जब इसका पूर्ववर्ती सत्य हो और पश्चवर्ती असत्य। अन्य सभी मामलों में यह सत्य होता है।

अन्त में, हम द्विसोपाधिक (वस्तुगत समतुल्य) की चर्चा करते हैं, जिसे त्रिसमानान्तर रेखा (\equiv) से दर्शाया जाता है। द्विसोपाधिक रूप वाली किसी प्रतिज्ञप्ति ($p \equiv q$) का सत्यता मूल्य इसके घटकों (p, q) के सत्यता मूल्य से निर्धारित होता है।

16.4.1.5 द्विसोपाधिक

P	Q	$p \equiv q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

सत्यता सारणी दर्शाती है कि द्विसोपाधिक केवल तभी सत्य होता है जब इसके दोनों घटक समान सत्यता मूल्य रखते हैं, चाहे दोनों सत्य हों या फिर असत्य। लेकिन यदि घटकों का सत्यता मूल्य भिन्न है, तो द्विसोपाधिक असत्य होता है।

16.5 प्रतिज्ञप्तियों के लिए सत्यता-तालिका

उपरोक्त खंड में हमने विभिन्न अचर/संकारक के मूल्य निर्धारित करने के मानक सीखे हैं। अब हम यह देखेंगे कि सत्यता-तालिकाओं के उपयोग से जटिल प्रतिज्ञप्तियों के मूल्य किस प्रकार से निर्धारित किया जा सकता है।

सत्यता तालिका सत्य-मानों का एक विन्यास है जो यह दिखाता है कि कैसे किसी विशिष्ट यौगिक प्रतिज्ञप्ति का सत्यता-मान उसके घटकों के सत्यता-मान से निर्धारित होता है। यह विधि सत्यता के मानों की एक तालिका द्वारा प्रस्तुत की जाती है। प्रत्येक चर और संकारक के लिए अलग पंक्ति होगी, अक्षर और संकारक (सत्यता फलन संयोजक) को लिखने के लिए एक शीर्ष स्तंभ होगा और उसके नीचे प्रत्येक घटक की संभव सत्यता मूल्य प्रदर्शित करती हुई अन्य पंक्तियां होती हैं। मिश्रित प्रतिज्ञप्ति के सत्यता-मूल्य की गणना करने के लिए पहले हम घटक सरल प्रतिज्ञप्तियों के संभाव्य मामलों की संख्या निर्धारित करते हैं। इस संभाव्य मामलों की सम्ख्या के निर्धारण के लिए हमारे पास आसान सी पद्धति है। सभी मिश्रित प्रतिज्ञप्तियां सरल प्रतिज्ञप्तियों से बनती हैं। हम यह जानते ही हैं कि सरल प्रतिज्ञप्ति के दो संभावित मूल्य सत्य और असत्य होते हैं। अतः यदि हमारे पास एक सरल प्रतिज्ञप्ति है तो संभावित मामले दो होंगे लेकिन दो सरल प्रतिज्ञप्तियां हों तो संभावित मामले निम्नलिखित होंगे;

संभावित मामला 1: अ सत्य हो सकता है और ब सत्य हो सकता है।

संभावित मामला 2: अ सत्य हो सकता है और ब असत्य हो सकता है।

संभावित मामला 3: अ असत्य हो सकता है और ब सत्य हो सकता है।

संभावित मामला 4: अ असत्य हो सकता है और ब असत्य हो सकता है।

अधिक घटक होने पर संभावित मामलों की संख्या की गणना के लिए सूत्र है; $L=2^n$ । जहां L संभावित सत्यता मूल्यों के संघों की पंक्तियां हैं। अतः यदि एक मिश्रित प्रतिज्ञप्ति में तीन घटक हैं तो संभावित मामलों की संख्या होगी $L=2^3=8$ । चलिए अब एक सरल सा उदाहरण लेते हैं;

$p \vee (q \supset \sim p)$

यहां सरल प्रतिज्ञप्तियों की संख्या दो है और संभावित मामलों की संख्या चार होगी और इसलिए हमें सत्यता मूल्यों की संभावित संख्या के लिए चार पंक्तियों की आवश्यकता होगी। अब आगे कुछ परिपाटियों का अनुसरण करेंगे, ताकि सभी संभावित मामलों को लिखा जा सके, यानि प्रत्येक पंक्ति और स्तम्भ में कहाँ सत्य (T) और कहाँ असत्य (F) लिखा जाये यह पता हो। पंक्तियों की कुल संख्या को 2 से विभक्त करेंगे। हमारे उदाहरण में 4 पंक्तियां हैं, जिसे 2 से विभक्त करने पर 2 प्राप्त होता है। अतः प्रथम अक्षर की दो पंक्तियों में हम सबसे पहले T लिखते हैं, और शेष पंक्तियों में F लिखेंगे। तत्पश्चात् पहले के विभाजित परिणाम यानि 2 को फिर 2 से विभक्त करते हैं, जिसका परिणाम आता है 1। अतः दूसरे अक्षर के अन्तर्गत T लिखते हैं, उसके बाद F और फिर T फिर F।

p	v	(q \supset	\sim	p)
T		<u>T</u>		
T		<u>F</u>		
F		<u>T</u>		
F		<u>F</u>		

हम देखते हैं कि सत्य और असत्य के प्रत्येक संभावित संघय p और q के अन्तर्गत निर्धारित किया गया है। दूसरे p के मामले में पहले p के मूल्यों को ही लिखते हैं।

p	v	(q \supset	\sim	p)
T		<u>T</u>		T
T		<u>F</u>		T
F		<u>T</u>		F
F		<u>F</u>		F

अगले चरण में हमें अचरों/संकारकों के मूल्यों को पता करने की आवश्यकता है। अन्य अचरों के पहले वक्र लकीर (\sim) के मूल्य का पता लगाते हैं। उसके बाद कोष्ठक में बंद अचरों का मूल्य पता लगाते हैं, आदि-आदि। अन्ततः, हम मुख्य अचर (जो कोष्ठक के बाहर होता है) के मूल्य का पता लगाते हैं। हमें इन परिपाटियों का पालन करना चाहिए।

p	v	(q	\sim	p)
T	T	T	F	T
T	T	F	T	T
F	T	T	T	F
F	F	F	T	F

हमारे उदाहरण में मुख्य अचर v (पत्ती के आकार वाली आकृति) के स्तम्भ p से और \supset (घोड़े की नाल जैसी आकृति) से संगणित है। चलिए अब तीन सरल प्रतिज्ञप्तियों वाला एक उदाहरण लेते हैं।

$p \supset (q \vee r)$

P	\supset	(q	\vee	r)
T	T	T	T	T
T	T	T	T	F
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	T	T	F
F	T	F	T	T
F	T	F	F	F

इस मिश्रित प्रतिज्ञप्ति में तीन सरल प्रतिज्ञप्तियां हैं और इसलिए सत्य और असत्य के सभी संभावित संचयों के लिए 8 पंक्तियां बनेंगी। यहाँ मुख्य अचर/संकारक (सत्यता फलन) \supset है। अतः, के लिए निर्धारित नियमों का अनुसरण करते हुए हम पाते हैं कि मिश्रित प्रतिज्ञप्ति उस पंक्ति असत्य है, जहाँ का p मूल्य सत्य और v का मूल्य असत्य होता है।

इस तरह से हम किसी भी प्रकार की मिश्रित प्रतिज्ञप्ति के लिए सत्यता-सारणी बना सकते हैं।

16.6 पुनरुक्ति, आत्म-व्याघात और आपातिक प्रतिज्ञप्तियां

मिश्रित प्रतिज्ञप्तियों की सत्यता-सारणियों के आधार पर हम प्रतिज्ञप्तियों को तीन वर्गों में बांट सकते हैं। हमने जैसेकि पाया है कि मुख्य संकारक का मूल्य सभी सत्य या सभी असत्य या फिर कुछ सत्य और कुछ असत्य हो सकता है। यदि मुख्य संकारक का मूल्य केवल सत्य है, इसका आशय है कि मिश्रित प्रतिज्ञप्ति सत्य होती है, चाहे घटक प्रतिज्ञप्तियां सत्य हो या असत्य। इस स्थिति में प्रतिज्ञप्ति को तार्किकतः सत्य प्रतिज्ञप्ति अथवा पुनरुक्ति प्रतिज्ञप्ति कहते हैं। वहीं, यदि प्रतिज्ञप्ति अपने घटक प्रतिज्ञप्तियों से निरपेक्ष असत्य हो, तो इसे तार्किकतः असत्य अथवा आत्म-व्याघाती प्रतिज्ञप्ति कहते हैं। और यदि प्रतिज्ञप्ति का सत्यता मूल्य उसके घटक प्रतिज्ञप्तियों के सत्यता मूल्य के आधार पर परिवर्तित हो रहा है, तो इसे आपातिक प्रतिज्ञप्ति कहते हैं। इन तीनों को पहचानने का आसान तरीका हैरू यदि मुख्य संकारक के अन्तर्गत सभी मूल्य सत्य हैं, तो पुनरुक्ति; यदि मुख्य संकारक के अन्तर्गत सभी मूल्य असत्य हैं, तो आत्म-व्याघाती; और यदि मुख्य संकारक के अन्तर्गत मूल्य कम से कम एक बार सत्य और कम से कम एक बार असत्य हो, तो आपातिक।

16.7 युक्तियों के लिए सत्यता-सारणी

अभी तक हमने प्रतिज्ञप्तियों और प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र में प्रतिज्ञप्तियों के सत्यता-मूल्य को निर्धारित करने पर चर्चा की। लेकिन आप जानते ही हैं कि तर्कशास्त्र का मुख्य उद्देश्य युक्तियों की वैधता पर विचार करना है। प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र युक्ति की वैधता के परीक्षण हेतु सत्यता-सारणी पद्धति को मानक तकनीक के रूप में प्रस्तुत करती है। युक्ति की सत्यता सारणी बनाने के लिए हमें कुछ निश्चित चरणों का अनुसरण करना होता है।

प्रथम, सरल प्रतिज्ञप्तियों के प्रतिरूपण करने वाले अक्षरों का प्रयोग करके युक्ति का प्रतीकीकरण करना।

द्वितीय, प्रतीकीकृत युक्ति को प्रतीकीकृत प्रतिज्ञप्ति की तरह लिखते हैं। प्रथम आधारवाक्य को बायीं ओर लिखते हैं और फिर द्वितीय आधारवाक्य और अन्त में निष्कर्ष। आधारवाक्यों के बीच

में एक तिर्यक रेखा (तिरछी रेखा) खींचते हैं और अन्तिम आधारवाक्य और निष्कर्ष के बीच में दो तिर्यक रेखायें खींचते हैं, यह इसलिए कि उनकी पहचान आसानी से की जा सके।

तृतीय, प्रतीकीकृत युक्ति के लिए सत्यता सारणी प्रतिज्ञप्ति की तरह ही खींचते हैं, इसमें स्तम्भ आधारवाक्यों और निष्कर्ष को प्रतिरूपित करते हैं।

अन्ततः, उस पंक्ति को खोजते हैं जिनमें सभी आधारवाक्य सत्य हैं और निष्कर्ष असत्य है। यदि ऐसी कोई पंक्ति है, तो युक्ति अवैध, अन्यथा वैध होगी।

उदाहरणार्थ, निम्नलिखित युक्ति की वैधता का परीक्षण करते हैं;

यदिअ सीमा सिनेमा जाती है तो मैरी घर पर ठहरती है।

सीमा सिनेमा नहीं जाती है।

अतः, मैरी घर पर नहीं ठहरती है।

आईये युक्ति का प्रतीकीकरण करते हैं।

स ⊃ म

~स

. . ~म

(यहाँ स, सीमा सिनेमा जाती है, और म मैरी घर पर ठहरती है का प्रतीकीकरण है)

अब इस युक्ति के लिए सत्यता सारणी बनाते हैं। चूंकि प्रतीकीकृत युक्ति में दो अक्षर हैं अतः मूल्यों के लिए चार पंक्तियां होंगी। अब प्रत्येक अक्षर के अन्तर्गत मूल्य निर्धारित करेंगे। यदि एक जैसे ही अक्षर हैं तो मूल्य समान होंगे। अगले चरण में, आधारवाक्यों और निष्कर्ष का प्रतिनिधित्व करने वाले स्तम्भों के अन्तर्गत, संकारकों के नियमों के अनुसार मूल्य, निर्धारित करेंगे। अब हमें निम्नांकित सत्यता-सारणी प्राप्त होती है।

स ⊃ म		/ ~ स		// ~ म		
T	T	T	F	T	F	T
T	F	F	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F	T

F	T	F		T	F		T	F
---	---	---	--	---	---	--	---	---

हम पाते हैं कि तृतीय पंक्ति में दोनों आधारवाक्य सत्य हैं, परन्तु निष्कर्ष असत्य है। आप यह जानते ही हैं कि किसी वैध युक्ति में यदि आधारवाक्य सत्य हैं, तो निष्कर्ष सत्य होना ही चाहिए। यदि कोई आधारवाक्य असत्य है, तब फर्क नहीं पड़ता कि निष्कर्ष सत्य है या असत्य। लेकिन यदि मूल्यों की कोई पंक्ति आधारवाक्य के स्तम्भ सत्य हैं, लेकिन निष्कर्ष का स्तम्भ असत्य मूल्य रखता है, तो परिभाषा के अनुसार युक्ति अवैध होती है। इसे बेहतर समझने के लिए एक वैध युक्ति का परीक्षण करते हैं।

$$G \supset \sim H$$

$$\sim H \supset I$$

$$\therefore G \supset I$$

G	\supset	\sim	H	/	\sim	H	\supset	I	//	G	\supset	I
T	F	F	T		F	T	T	T		T	T	T
T	F	F	T		F	T	T	F		T	F	F
T	T	T	F		T	F	T	T		T	T	T
T	T	T	F		T	F	F	F		T	F	F
F	T	F	T		F	T	T	T		F	T	T
F	T	F	T		F	T	T	F		F	T	F
F	T	T	F		T	F	T	T		F	T	T
F	T	T	F		T	F	F	F		F	T	F

आधारवाक्य और निष्कर्ष का मुख्य स्तम्भ गहरे रंग में प्रदर्शित है। सम्भाव्य सत्यता मूल्य की आठ पंक्तियों में कोई भी ऐसा मामला नहीं है, जहाँ सभी आधारवाक्य सत्य हों और निष्कर्ष असत्य। अतः, यह युक्ति वैध है। इस तरह से हम किसी भी युक्ति की वैधता का परीक्षण आसानी से कर सकते हैं।

16.8 अप्रत्यक्ष (परोक्ष) सत्यता सारणी पद्धति

परोक्ष सत्यता सारणी पद्धति सत्यता सारणी का उपयोग करके युक्तियों के परीक्षण की संक्षिप्त पद्धति है। यदि युक्तियां अधिक संख्या में विभिन्न सरल प्रतिज्ञप्तियां रखती हैं तो यह पद्धति अत्यधिक उपयोगी है। इस पद्धति में सामान्य सत्यता सारणी की तुलना में पश्चगामी ढंग अपनाया जाता है। हम जानते ही हैं कि यदि युक्ति वैध है और इसके आधारवाक्य सत्य हैं तो निष्कर्ष का असत्य होना असंभव है। इसलिए परोक्ष पद्धति में आधारवाक्यों के स्तंभ के नीचे सत्य और निष्कर्ष के नीचे असत्य निर्धारित करते हैं। दूसरे चरण में इन दिये गये सत्यता मूल्यों और संकारकों के नियमों का अनुसरण करते हुए हम अन्य घटकों तथा अन्त में सरल प्रतिज्ञप्तियों का प्रतिनिधित्व करने वाले अक्षरों के मूल्यों को निर्धारित करते हैं। यदि हम यह बिना किसी व्याघात के कर सकते हैं तो इसका आशय है कि कम से कम मूल्यों की एक पंक्ति संभव है जिसमें आधारवाक्य सत्य और निष्कर्ष असत्य है। इस मामले में युक्ति अवैध होगी। लेकिन यदि व्याघात प्राप्त होता है, जैसे अक्षर A के अन्तर्गत स्तंभ में सत्य और एक दूसरे स्तंभ में A के अन्तर्गत असत्य निर्धारित करते हैं तो यह आत्मव्याघात है और यह आपादित करता है कि आधारवाक्य का सत्य होना और निष्कर्ष होना आत्मव्याघाती है। अतः परोक्ष ढंग से या प्रत्यक्ष ढंग से युक्ति वैध सिद्ध होती है। आइए एक उदाहरण लेते हैं;

$$(A \vee B) \supset (C \cdot D)$$

$$(D \vee E) \supset F$$

$$\therefore A \supset F$$

(A	V	B)	⊃	(C	•	D)	/	(D	V	E)	⊃	F	//	A	⊃	F
T	T		T	T	T	T		F	F	F	T	F		T	F	F

आप देखते हैं कि दोनों आधारवाक्यों के अन्तर्गत सत्य और निष्कर्ष के अन्तर्गत असत्य निर्धारित किया गया है। इन तीनों मूल्यों को गहरे अक्षरों से दर्शाया गया है। अगले चरण में हम A के लिए सत्यता मूल्य निर्धारित करते हैं और निष्कर्ष के लिए असत्यता मूल्य निर्धारित करते हैं। यहां निष्कर्ष सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति है इसलिए प्रतिज्ञप्ति को असत्य केवल एक ही संचय में निर्धारित कर सकते हैं, जब पूर्ववर्ती सत्य है और पश्चवर्ती असत्य। इसलिए प्रतिज्ञप्ति A के अन्तर्गत सत्य मूल्य और प्रतिज्ञप्ति F के अन्तर्गत असत्य मूल्य रखते हैं। इस तरह A और F की सभी घटनाओं के लिए मूल्य निर्धारित कर सकते हैं। प्रथम आधारवाक्य एक सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति $(A \vee B) \supset (C \cdot D)$ और मूल्य सत्य है और इसका पूर्ववर्ती एक वियोजक प्रतिज्ञप्ति है। A के अन्तर्गत हमने पहले से ही सत्य निर्धारित किया हुआ है इसलिए वियोजक प्रतिज्ञप्ति किसी भी मामले में सत्य होगी क्योंकि वियोजक प्रतिज्ञप्ति सत्य होती है जब इसका कम से कम एक वियोज सत्य होता है। अब चूंकि यह मुख्य सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति का पूर्ववर्ती है जो सत्य है अतः पश्चवर्ती

असत्य नहीं हो सकता है। इसलिए पश्चवर्ती के अन्तर्गत सत्य मूल्य रखा जाना चाहिए। यह पश्चवर्ती संयोजक प्रतिज्ञप्ति है। संयोजक प्रतिज्ञप्ति सत्य केवल तभी होती है जब दोनों संयोज सत्य हों। इसलिए C और D दोनों के अन्तर्गत सत्य मूल्य निर्धारित किया जाना चाहिए।

आइए अब द्वितीय आधारवाक्य $(D \vee E) \supset F$ जो कि सोपाधिक प्रतिज्ञप्ति है, उसकी जांच करते हैं। प्रतिज्ञप्ति F (पश्चवर्ती का मूल्य पहले से ही असत्य निर्धारित है)। इसलिए पूर्ववर्ती $D \vee E$ के लिए असत्य मूल्य निर्धारित करना चाहिए यह इसलिए भी क्योंकि अन्यथा आधारवाक्य सत्य नहीं हो सकते हैं। अब वियोजक प्रतिज्ञप्ति $D \vee E$ के लिए असत्य मूल्य निर्धारित किया गया है। आप जानते ही हैं कि वियोजक तभी असत्य होता है जब इसके दोनों वियोज्य असत्य हों। इसलिए D और E दोनों के अन्तर्गत हम असत्य मूल्य निर्धारित करने के लिए बाध्य हैं।

लेकिन प्रथम आधारवाक्य में D के अन्तर्गत पहले से ही सत्य मूल्य निर्धारित किया गया है। इसका आशय है कि यदि हम युक्ति को अवैध मानते हैं तो घटकों के सत्यता मूल्य करने में आत्म-व्याघात होगा। अतः परोक्ष ढंग से युक्ति वैध सिद्ध होती है।

16.9 युक्ति रूप

अभी तक हमने तार्किक प्रतीकों में अभिव्यक्त युक्तियों की चर्चा की। हम जानते हैं कि कोई युक्ति वैध होती है जब यह युक्ति वैध रूप रखती है। प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र में विशिष्ट रूपों के कारण अनेक युक्तियों वैध या अवैध होती हैं और इन युक्ति रूपों को विशिष्ट नाम दिये गये हैं। इनकी सहायता से हम तुरन्त युक्ति के वैध और अवैध होने का पता लगा सकते हैं।

आपको याद होगा कि हमने प्रतिज्ञप्ति रूपों की चर्चा पहले की है। प्रतिज्ञप्ति रूप प्रतिज्ञप्ति चरों और तार्किक संकारकों की एक ऐसी व्यवस्था है, जिसमें चरों का एकरूप प्रतिज्ञप्ति द्वारा प्रतिस्थापन से प्रतिज्ञप्ति प्राप्त होती है। प्रतिज्ञप्ति रूप का एक उदाहरण $p \vee q$ है, जहाँ p और q चर हैं।

यदि चरों p और q के स्थान पर प्रतिज्ञप्तियों A और B का उपयोग किया जाये, तो प्रतिज्ञप्ति $A \vee B$ प्राप्त होती है। इसी तरह, युक्ति रूप प्रतिज्ञप्ति चरों और तार्किक संकारकों की इस तरह व्यवस्था है, कि चरों का प्रतिज्ञप्तियों से प्रतिस्थापन युक्ति को उत्पन्न करता है। यह प्राप्त युक्ति तत्सम्बन्धी युक्ति रूप का प्रतिस्थापन घटना कहलाती है। उदाहरणार्थ,

$p \cdot q$

$\therefore p$

यदि युक्ति रूप के प्रतिज्ञप्ति चरों p और q के स्थान पर क्रमशः A और B प्रतिज्ञप्तियों का एकरूप प्रतिस्थापन कर दिया जाये तो हमें निम्नलिखित युक्ति प्राप्त होती है;

$$A \bullet B$$

$$\therefore A$$

इसी युक्ति रूप में हम अधिक जटिल प्रतिज्ञप्तियों द्वारा प्रतिस्थापन से प्रतिस्थापन घटना प्राप्त कर सकते हैं। लेकिन रूप समान रहेगा और इसीलिए वैधता भी समान होगी।

$$(A \vee B) \bullet (B \supset D)$$

$$\therefore (A \vee B)$$

यदि उपरोक्त युक्ति रूप वैध है तब उसी युक्ति रूप से प्राप्त युक्तियों के उपरोक्त दोनों उदाहरण भी वैध होंगे। अब युक्ति रूप वैध है यह सत्यता सारणी पद्धति से जांचा जा सकता है।

यह ध्यान देने योग्य है कि वैध युक्ति रूप से प्राप्त कोई भी प्रतिस्थापन घटना वैध ही होगी। मान लीजिए कि एक युक्ति रूप है जिससे कभी-कभी वैध प्रतिस्थापन घटना प्राप्त हो सकती है। लेकिन यदि एक भी ऐसी प्रतिस्थापन घटना है जिसमें आधारवाक्य सत्य और निष्कर्ष असत्य है, तब युक्ति रूप अवैध होगा।

लेकिन हम यह कैसे जान सकते हैं कि युक्ति रूप अवैध प्रतिस्थापन घटनाएं रख सकता है? आईये इसके लिए युक्ति रूप का एक उदाहरण लेते हैं;

$$P \supset q$$

$$q$$

$$\therefore p$$

इस युक्ति रूप के लिए सत्यता सारणी में सत्यता मूल्यों के संचयों के लिए चार पंक्तियां होंगी। ये पंक्तियां सभी सम्भावित मामलों का प्रतिनिधित्व करती हैं और इसीलिए प्रतिस्थापन घटनाओं के सभी सम्भावित वर्गों का प्रतिनिधित्व करती हैं।

P	\supset	Q	/	q	//	P
T	T	T		T		T
T	F	F		F		T

F	T	T		T		F
F	T	F		F		F

सत्यता सारणी को देखने से पता चलता है कि तृतीय पंक्ति का पहला आधारवाक्य $p \supset q$ सत्य मूल्य रखता है, दूसरा आधारवाक्य q सत्य मूल्य रखता है लेकिन निष्कर्ष p असत्य मूल्य रखता है। इसका र्थ है कि दिये गये युक्ति रूप की कम से कम एक प्रतिस्थापन घटना में आधारवाक्य सत्य और निष्कर्ष असत्य है। और आप जानते ही हैं कि ऐसी स्थिति में युक्ति अवैध होती है। आइये अब कुछ वैध युक्ति रूपों पर विचार करते हैं।

16.9.1 वैध युक्ति रूप

16.9.1.1 वियोजक न्यायवाक्य (Disjunctive Syllogism)

$p \vee q$

$\sim p$

$\therefore q$

इस युक्ति रूप के लिए सत्यता सारणी निम्नवत् होगी;

P	V	q	/	~	P	//	q
T	T	T		F	T		T
T	T	F		F	T		F
F	T	T		T	F		T
F	F	F		T	F		F

इस सत्यता सारणी में कोई भी ऐसी पंक्ति नहीं है जिसमें आधारवाक्य सत्य और निष्कर्ष असत्य हो। तृतीय पंक्ति में दोनों आधारवाक्य सत्य और निष्कर्ष भी सत्य है। इसलिए यह युक्ति रूप वैध है। इस युक्ति रूप की कोई भी प्रतिस्थापन घटना वैध होगी। इसे वियोजक न्यायवाक्य नाम दिया गया है। हमें यह याद जरूर रखना चाहिए कि प्रतिस्थापन घटना प्रत्येक चर का ठीक (हूबहू) स्थानापन्न होना चाहिए। यदि हम p के स्थानापन्न प्रतिस्थापन घटना से q का स्थानापन्न कर देते हैं, तो यह उचित प्रतिस्थापन घटना नहीं होगी।

16.9.1.2 हेत्वाश्रित न्यायवाक्य (Hypothetical Syllogism)

$p \supset q$

$q \supset r$

$\therefore p \supset r$

इस युक्ति रूप के लिए सत्यता सारणी निम्नवत् है;

P	\supset	Q	/	q	\supset	r	//	p	\supset	r
T	T	T		T	T	T		T	T	T
T	T	T		T	F	F		T	F	F
T	F	F		F	T	T		T	T	T
T	F	F		F	T	F		T	F	F
F	T	T		T	T	T		F	T	T
F	T	T		T	F	F		F	T	F
F	T	F		F	T	T		F	T	T
F	T	F		F	T	F		F	T	F

इस सत्यता सारणी में कोई भी पंक्ति ऐसी नहीं है जिसमें आधारवाक्य सत्य और निष्कर्ष असत्य हो। यह वैध युक्ति रूप है, इसे हेत्वाश्रित न्यायवाक्य कहते हैं। इस युक्ति रूप में प्रतिज्ञप्तियां श्रृंखला की तरह जुड़ी हुई हैं, इसलिए इसकी किसी प्रतिस्थापन घटना में घटक एकरूपतः प्रतिस्थापित होने चाहिए।

16.9.1.3 विधायक हेतुफलानुमान (Modus Ponens)

$p \supset q$

p

$\therefore q$

इस युक्ति रूप के लिए सत्यता सारणी निम्नवत् होगी;

p	\supset	q	/	P	//	q
T	T	T		T		T
T	F	F		T		F
F	T	T		F		T
F	T	F		F		F

इसमें भी कोई भी घटना ऐसी नहीं है जिसमें आधारवाक्य सत्य और निष्कर्ष असत्य हो। यह भी वैध युक्ति रूप है। इसे विधायक हेतुफलानुमान कहते हैं।

16.9.1.4 निषेधक हेतुफलानुमान (Modus Tollens)

$$p \supset q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p$$

इस युक्ति रूप के लिए सत्यता सारणी निम्नवत् होगी;

p	\supset	q	/	\sim	q	//	\sim	p
T	T	T		F	T		F	T
T	F	F		T	F		F	T
F	T	T		F	T		T	F
F	T	F		T	F		T	F

इसमें केवल एक ही पंक्ति में आधारवाक्य सत्य हैं, लेकिन तब निष्कर्ष भी सत्य है। यह भी वैध युक्ति रूप है। इसे निषेधक हेतुफलानुमान कहते हैं।

बोध प्रश्न II

टिप्पणी: क) अपने उत्तर के लिए दिये गये स्थान का उपयोग कीजिए।

ख) अपने उत्तरों की जांच इकाई के अंत में दिये गये उत्तरों से कीजिए।

1. किस परिस्थिति में वियोजक फलन असत्य हो जाता है?

.....

.....

.....

2. निम्नलिखित युक्ति रूप की वैधता का परीक्षण सत्यता सारणी की सहायता से कीजिए।

$$p \vee (p \cdot q)$$

$$P$$

$$\therefore q$$

.....

.....

16.10 वैधता का औपचारिक साक्ष्य

जब घटक प्रतिज्ञप्तियों की संख्या अधिक होती है, तो सत्यता सारणी पद्धति का उपयोग कठिन हो जाता है। मान लीजिए किसी युक्ति में पांच विभिन्न सरल प्रतिज्ञप्तियां हैं। तब सत्यता सारणी में पंक्तियों की संख्या 32 होगी। इस परिस्थिति में सभी मूल्यों को निर्धारित करना और जांचना बोझिल होगा। इसलिए तर्कशास्त्री अधिक आसान संक्षिप्त पद्धति का उपयोग करते हैं। इस पद्धति में वैध प्राथमिक युक्ति रूपों के क्रम की सहायता से आधारवाक्यों से निष्कर्ष निगमित करके किसी युक्ति की वैधता स्थापित करते हैं।

प्राथमिक वैध युक्ति को प्राथमिक वैध युक्तिरूप की प्रतिस्थापन घटना के रूप में परिभाषित किया जाता है। उदाहरणार्थ, विधायक हेतुफलानुमान एक वैध युक्ति रूप है। यदि युक्ति इस युक्ति रूप की प्रतिस्थापन घटना हो, तो युक्ति वैध होती है। तर्कशास्त्र में नौ प्राथमिक वैध युक्ति रूप हैं, जिन्हें अनुमान के नियम कहते हैं। किन्तु, कई ऐसे वैध सत्यता फलन युक्तियां हैं जिन्हें इन नौ नियमों की सहायता से वैध सिद्ध नहीं किया जा सकता है। तर्कशास्त्र में इन नौ नियमों के अतिरिक्त प्रतिस्थापन के दस नियम हैं, जो किसी प्रतिज्ञप्ति के किसी भी घटक को इस घटक से तार्किक समतुल्य से स्थानापन्न करने की अनुमति देते हैं। इन कुल 19 नियमों (नौ अनुमान के और दस प्रतिस्थापन के नियम) की सहायता से हम केवल कुछ चरणों में ही मिश्रित युक्तियों की वैधता को आसानी से सिद्ध कर सकते हैं।

16.11 भारतीय तर्कशास्त्र पर टिप्पणी

प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र मुख्यतः आधुनिक पाश्चात्य तर्कशास्त्रियों का योगदान है। लेकिन जैसाकि हमने देखा ही है कि इस दृष्टिकोण के बीज पहले से ही अरस्तू के तर्कशास्त्र में थे, जहाँ मानक रूप न्यायवाक्य विकसित हुआ और प्रतिज्ञप्तियों के पदों की प्रतीकात्मक ढंग से अभिव्यक्ति आरम्भ हुई, ताकि न्यायवाक्य रूपों की पहचान आसानी से और तीव्रता से की जा सके। अब प्रश्न है कि क्या भारतीय तर्कशास्त्र में भी इस तरह के दृष्टिकोण को खोजा जा सकता है?

प्रतिज्ञप्ति कलन के कुछ सिद्धान्तों के ज्ञान के संकेत देने वाला प्राचीनतम भारतीय ग्रंथ *कथावत्थु* है। इस ग्रंथ में नास्तिक सिद्धांत की चर्चा रूढ़ ढंग का अनुसरण करते हुए की गई है, जिसे इस तरह अभिव्यक्त किया जा सकता है; "यदि अ ब है, तब स द है; लेकिन स द नहीं है; अतः अ ब नहीं है"। यह सूत्र स्टॉइक निषेधक हेतुफलानुमान के समतुल्य है। भारतीय दर्शन के विद्वान गनेरी के अनुसार, *कथावत्थु* में प्रयुक्त प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र है। बुद्धघोष अपने ग्रंथों में आधारवाक्य

$p \supset q$ से प्राप्त निष्कर्ष को अनुलोम (सीधा) और आधारवाक्य $\sim q \supset \sim p$ से प्राप्त निष्कर्ष को प्रतिलोम (उल्टा) कहते हैं। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि भारतीय तर्कशास्त्र में भी प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र के कुछ पदचिन्ह हैं।

16.12 सारांश

इस इकाई में हमने प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र के कई पहलुओं के बारे में सीखा है। हमने यह भी पाया कि परम्परागत तर्कशास्त्र के असमान, प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र सम्पूर्ण प्रतिज्ञप्ति पर विचार करता है, न कि प्रतिज्ञप्ति के पदों पर। चूंकि यह प्रतिज्ञप्ति अथवा तार्किक वाक्यों से सम्बन्धित है, अतः इसे प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र और कभी-कभी वाक्यगत तर्कशास्त्र कहते हैं। प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र प्रतिज्ञप्ति की आंतरिक संरचना का विश्लेषण नहीं करता है। प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र मिश्रित/जटिल युक्तियों को प्रतीक रूप में अभिव्यक्त कर सकता है और इन युक्तियों की वैधता को आसानी से निर्धारित कर सकता है।

16.3 कुंजी शब्द

युक्ति रूप : युक्ति रूप प्रतिज्ञप्ति चरों और तार्किक संकारकों की ऐसी व्यवस्था होती है कि चरों का प्रतिज्ञप्तियों से एकरूप प्रतिस्थापन युक्ति को उत्पन्न करता है।

मिश्रित प्रतिज्ञप्ति : मिश्रित प्रतिज्ञप्ति वह है जिसमें एक या अधिक सरल प्रतिज्ञप्ति घटक रूप में होती है।

प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र : प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र, युक्ति में सम्पूर्ण प्रतिज्ञप्ति पर विचार करता है, न कि प्रतिज्ञप्ति के पदों पर। प्रतिज्ञप्तियों या तार्किक वाक्यों पर विचार करने के कारण इसे प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र या कभी-कभी वाक्यगत तर्कशास्त्र भी कहते हैं।

सरल प्रतिज्ञप्ति : सरल प्रतिज्ञप्ति वह है जो किसी अन्य प्रतिज्ञप्ति को घटक रूप में नहीं रखती है।

16.14 अन्य सहायक अध्ययन-सामग्री एवं सन्दर्भ

- Basson, A.H. and O'Connor, D. J. *Introduction to Symbolic Logic*. Oxford: Oxford University Press.
- Copi, I. M. and Cohen, Carl. *Introduction to Logic*. Prentice-Hall India, Eleventh Edition.
- Ganeri, Jonardon (ed.). *Indian Logic A reader*. UK: Curzon Press, 2001.

- Hurley, Patrick J. *A Concise Introduction to Logic*. USA: Cengage Learning, 2015.
- Mosley, Albert and Baltazar, Eulalio. *An Introduction to Logic: From Everyday Life to Formal Systems*. (2019). Open Educational Resources: Textbooks, Smith College, Northampton, MA. <https://scholarworks.smith.edu/textbooks/1>, 2019.

16.15 बोध प्रश्नों के उत्तर

बोध प्रश्न I

1. प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र प्रतिज्ञप्तियों अथवा तार्किक वाक्यों से सम्बन्धित होता है। इसे वाक्यगत तर्कशास्त्र भी कहते हैं। प्रतिज्ञप्ति तर्कशास्त्र प्रतिज्ञप्तियों और युक्तियों की आन्तरिक संरचना को विश्लेषण नहीं करता है। यह प्रतिज्ञप्ति को सम्पूर्णता में स्वीकारता है, न कि प्रतिज्ञप्ति के पदों को।

2. (i) यह मामला नहीं है कि भारत ने मंगल मिशन त्याग देगा।

यह मामला नहीं है कि म

~ म

(ii) यदि अमेज़न वर्षाजंगल नष्ट हुआ, तो वैश्विक ताप बढ़ जायेगा।

यदि अ तब व

अ \supset व

बोध प्रश्न II

1. वियोजन फलन असत्य हो जाता है जब दोनों वियोज असत्य हों।

2.

P	V	(p	•	q)	/	p	//	q
T	T	T	T	T		T		T
T	T	T	F	F		T		F
F	F	F	F	T		F		T
F	F	F	F	F		F		F

सत्यता तालिका में दोनों आधारवाक्य सत्य हैं, लेकिन निष्कर्ष असत्य है। अतः, युक्ति रूप अवैध है।

हिन्दी सहायक अध्ययन-सामग्री

काश्यप, भिक्षु जगदीश. *पाश्चात्य तर्कशास्त्र*, प्रथम भाग. काशी: भारतीय ज्ञानपीठ, 1947.

गुलाबराय. *तर्कशास्त्र*. प्रथम भाग, काशी: नागरी प्रचारणी सभा, सम्वत् 1982.

गुलाबराय. *तर्कशास्त्र*. प्रथम भाग. काशी: नागरी प्रचारणी सभा, सम्वत् 1998.

जैन, कृष्णा. *तर्कशास्त्र एक रूपरेखा*. हिन्दी अनुवाद— राजवर्मा सिन्हा. दिल्ली: डीके प्रिंटवर्ल्ड, 2013.

तिवारी, केदारनाथ. *आगमन तर्कशास्त्र*. दिल्ली: मोतीलाल बनारसीदास, 2000.

राजनारायण. *प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र*. जयपुर: राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी, 1973.

शर्मा, रामनाथ. *तर्कशास्त्र*. मेरठ: केदारनाथ रामनाथ, 1979.

सिंह, संकटाप्रसाद. *आधुनिक तर्कशास्त्र की भूमिका*. पटना: बिहार हिन्दी ग्रन्थ अकादमी, 1971.

(टिप्पणी: पुरानी प्रकाशित पुस्तकों की सॉफ्टकॉपी <https://archive-org/> पर प्राप्त की जा सकती है।)