

---

# பாடப்பிரிவு 14 அடிப்படை

## புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு

---

### பாடத் திட்ட அமைப்பு

- 14.0 பாட முன்னுரை
- 14.1 படிப்பு நோக்கம்
- 14.2 புள்ளியியல் அறிமுகம்
  - 14.2.1 மக்கள் தொகை மற்றும் மாதிரிகள்
  - 14.2.2 அளவீட்டு அளவுகள்
  - 14.2.3 தனித்துவமான மற்றும் தொடர்ச்சியான மாறிகள்
- 14.3 அதிர்வெண் விநியோகம்
  - 14.3.1 அதிர்வெண் விநியோக அட்டவணைகள்
  - 14.3.2 தொடர்ச்சியான மாறிகள் மற்றும் உண்மையான வரம்புகள்
  - 14.3.3 அதிர்வெண் விநியோக வரைபடங்கள்
  - 14.3.4 ஹிஸ்டோகிராம்கள் மற்றும் பார் வரைபடங்கள்
  - 14.3.5 அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வடிவம்
- 14.4 மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகள்
  - 14.4.1 சராசரி
  - 14.4.2 இடைநிலை
  - 14.4.3 பயன்முறை
- 14.5 மாறுபாடு
  - 14.5.1 வரம்பு
  - 14.5.2 இடைக்கால வரம்பு மற்றும் அரை இடைவெளி வரம்பு
  - 14.5.3 மக்கள்தொகைக்கான நிலையான விலகல் மற்றும் மாறுபாடு
  - 14.5.4 மாதிரிகளுக்கான நிலையான விலகல் மற்றும் மாறுபாடு
- 14.6 பாடத் தொகுப்புரை
- 14.7 தொடர்ந்து படிப்பதற்குரிய நூல்கள்
- 14.8 தன் மதிப்பீடு விடைகள்

---

## 14.0 பாட முன்னுரை

---

எண்கள் உண்மையில் நம் அன்றாட வாழ்வில் குறிப்பிடத்தக்க பங்கை வகிக்கின்றன, மேலும் நமக்கு அர்த்தமுள்ள பல்வேறு எண்களை நாம் அடிக்கடி சந்திக்கிறோம். ரிக்டர் அளவுகோலில் அளவிடப்படும் நிலநடுக்கங்களின் உதாரணம், இயற்கை நிகழ்வுகளின் அளவு மற்றும் தாக்கம் பற்றிய முக்கியமான தகவல்களை எண்கள் எவ்வாறு தெரிவிக்க முடியும் என்பதை

விளக்குகிறது. 4 மற்றும் 7 ஆகிய எண்களுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் வெறும் 3 தான் என்றாலும், அளவின் அடிப்படையில் இந்த வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவம் மகத்தானது - லேசான நிலநடுக்கம் மற்றும் ஒரு அழிவு சக்திக்கு எதிராக உயிர்கள் இழப்பு ஏற்பட்டது.

சிக்கலான தரவுத் தொகுப்புகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கு, நாம் அறிவியல் கருவிகளை நம்பியுள்ளோம், அத்தகைய கருவிகளில் ஒன்று புள்ளிவிவரங்கள் ஆகும். புள்ளிவிவரங்கள் தரவு பகுப்பாய்விற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, தரவை வகைப்படுத்தவும் புரிந்துகொள்ளவும், அர்த்தமுள்ள நுண்ணறிவுகளைப் பெறவும் மற்றும் முடிவுகளை எடுக்கவும் அனுமதிக்கிறது. தகவல்தொடர்பு ஆய்வுகளில், புள்ளிவிவரங்கள் முக்கியமாக அளவு ஆராய்ச்சி அமைப்புகளில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அங்கு தரவு எண் வடிவத்தில் சேகரிக்கப்பட்டு புள்ளிவிவர முறைகளைப் பயன்படுத்தி பகுப்பாய்வு செய்யப்படுகிறது.

அளவீட்டு ஆராய்ச்சி என்பது, பெரும்பாலும் கணக்கெடுப்புகள், சோதனைகள் அல்லது உள்ளடக்க பகுப்பாய்வு மூலம் எண்ணியல் தரவுகளின் சேகரிப்பு மற்றும் பகுப்பாய்வை உள்ளடக்கியது. புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு ஆராய்ச்சியாளர்களுக்கு தரவுக்குள் உள்ள வடிவங்கள், போக்குகள், உறவுகள் மற்றும் தொடர்புகளை அடையாளம் காண உதவுகிறது, மேலும் அவர்கள் புறநிலை மற்றும் நம்பகமான முடிவுகளை எடுக்க உதவுகிறது.

இருப்பினும், தரமான ஆராய்ச்சியில் புள்ளிவிவரங்கள் வரையறுக்கப்பட்ட நோக்கத்தைக் கொண்டுள்ளன என்பதை ஒப்புக்கொள்வது அவசியம். தரமான ஆராய்ச்சி உரை, காட்சி அல்லது ஆடியோ தகவல் போன்ற எண் அல்லாத தரவுகளைக் கையாள்கிறது, மேலும் பங்கேற்பாளர்களின் ஆழமான அர்த்தங்கள், அனுபவங்கள் மற்றும் முன்னோக்குகளை ஆராய்வதை நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளது. தரமான ஆராய்ச்சியாளர்கள் தரவைச் சேகரிக்கவும் பகுப்பாய்வு செய்யவும் நேர்காணல்கள், கவனம் குழுக்கள், அவதானிப்புகள் மற்றும் உள்ளடக்க பகுப்பாய்வு போன்ற முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றனர். தரமான தரவை (எ.கா., நேர்காணல்களில் குறிப்பிட்ட கருப்பொருள்களின் அதிர்வெண்) சுருக்கமாக விளக்க புள்ளிவிவரங்கள் பயன்படுத்தப்படலாம் என்றாலும், புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு பொதுவாக தரமான ஆராய்ச்சியில் தரவு பகுப்பாய்வுக்கான முதன்மை முறை அல்ல.

இந்த பாடப்பிரிவில், சராசரி, இடைநிலை, பயன்முறை, நிலையான விலகல் மற்றும் பார் விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் போன்ற வரைகலை பிரதிநிதித்துவங்கள் போன்ற அளவீடுகள் மூலம் தரவைச் சுருக்கி, விளக்குவதை உள்ளடக்கிய விளக்கமான புள்ளியியல் பகுப்பாய்வில் கவனம் செலுத்தப்படும். இந்த புள்ளியியல் கருவிகள் ஆராய்ச்சியாளர்கள் தரவைப் பற்றிய ஆழமான புரிதலைப் பெறவும் அர்த்தமுள்ள முடிவுகளை எடுக்கவும்

உதவுகின்றன.

ஒட்டுமொத்தமாக, புள்ளியியல் என்பது அளவுசார் ஆராய்ச்சி அமைப்புகளில் மதிப்புமிக்க கருவியாகும், ஆராய்ச்சியாளர்கள் தரவை திறம்பட ஆராய்ந்து பகுப்பாய்வு செய்ய உதவுகிறது. இது எண்ணியல் தரவுகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கும் அர்த்தமுள்ள வடிவங்கள் மற்றும் நுண்ணறிவுகளை வெளிப்படுத்துவதற்கும் ஒரு முறையான அணுகுமுறையை வழங்குகிறது.

## 14.1 படிப்பு நோக்கம்

இந்த பாடப் பிரிவை படித்த பிறகு, நீங்கள் பின்வருவனவற்றைச் செய்ய முடியும்:

- தகவல்தொடர்பு ஆராய்ச்சியில் புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் தேவை மற்றும் முக்கியத்துவத்தைப் பற்றி விவாதிக்கவும்;
- மக்கள் தொகை, மாதிரிகள் மற்றும் அளவீட்டு அளவுகளை விவரிக்கவும்;
- அதிர்வெண் விநியோகத்தை விளக்கவும்;
- மாறுபாட்டை வரையறுக்கவும்;
- மக்கள்தொகைக்கான நிலையான விலகல் மற்றும் மாறுபாடு பற்றி விவாதிக்கவும்;
- சராசரி, முறை மற்றும் இடைநிலை போன்ற மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகளை விளக்கவும்;
- உங்கள் தரவை பகுப்பாய்வு செய்யும் போது மேலே உள்ள புள்ளிவிவர முறைகளைப் பயன்படுத்தவும் முடியும்.

## 14.2 புள்ளியியல் அறிமுகம்

எண்கள் மற்றும் தரவுத் தொகுப்புகளைக் கையாளும் கணித அறிவியலின் ஒரு பிரிவாக புள்ளிவிவரங்களின் துல்லியமான விளக்கத்தை வழங்கியுள்ளீர்கள். தரவுகளை சேகரித்தல், பகுப்பாய்வு செய்தல், விளக்குதல், விளக்குதல் மற்றும் வழங்குவதற்கான ஒரு செயல்முறை மற்றும் கருவியாக புள்ளிவிவரங்களின் அடிப்படை வரையறை, ஆராய்ச்சி மற்றும் முடிவெடுப்பதில் அதன் முதன்மை செயல்பாடுகளை உள்ளடக்கியது.

சிக்கலான தரவுத் தொகுப்புகளை எளிதாக்குவதிலும், மூலத் தரவிலிருந்து மதிப்புமிக்க தகவல்களைப் பிரித்தெடுப்பதிலும் புள்ளிவிவரங்கள் உண்மையில் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வின் பல்வேறு கருவிகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், ஆராய்ச்சியாளர்கள் புதிய நுண்ணறிவுகளைப் பெறலாம் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் தொகுப்பைப் பற்றிய ஆழமான புரிதலை உருவாக்கலாம்.

விளக்கப் புள்ளியியல் மற்றும் அனுமானப் புள்ளியியல் ஆகியவை புள்ளிவிவரத்தின் இரண்டு முக்கியப் பிரிவுகளாகும். விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்ட மூலத் தரவை வகைப்படுத்துதல் மற்றும் சுருக்கி, தகவலின் தெளிவான மற்றும் சுருக்கமான விளக்கக்காட்சியை வழங்குகின்றன. விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களின் கீழ் உள்ள முக்கிய வகை பகுப்பாய்வுகளில் அதிர்வெண் அளவுகள் (எ.கா., எண்ணிக்கைகள் அல்லது சதவீதங்கள்), மையப் போக்கின் அளவீடுகள் (எ.கா., சராசரி, இடைநிலை, பயன்முறை) மற்றும் சிதறல் அளவுகள் (எ.கா., வரம்பு, மாறுபாடு, நிலையான விலகல்) ஆகியவை அடங்கும்.

மறுபுறம், அனுமான புள்ளிவிவரங்கள் ஆராய்ச்சியாளர்கள் முடிவுகளை எடுக்க உதவுகின்றன மற்றும் மாறிகளுக்கு இடையில் காணப்பட்ட தொடர்பு அல்லது வேறுபாடுகளின் அடிப்படையில் அனுமானங்களை உருவாக்குகின்றன. சேகரிக்கப்பட்ட மாதிரித் தரவுகளின் அடிப்படையில் அதிக மக்கள்தொகையைப் பற்றிய கணிப்புகள் அல்லது பொதுமைப்படுத்தல்களை இது உள்ளடக்குகிறது.

இந்த பாடப்பிரிவில், புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் அடிப்படைக் கருத்துக்கள் மற்றும் பயன்பாடுகளில் கவனம் செலுத்தப்படும், குறிப்பாக விளக்கப் புள்ளியியல் துறையில். மையப் போக்கின் அளவீடுகள், சிதறலின் அளவீடுகள் மற்றும் வரைகலைப் பிரதிநிதித்துவங்கள் போன்ற பகுப்பாய்வுக் கருவிகள் விரிவாக விவாதிக்கப்படும், மேலும் புரிதல் மற்றும் நடைமுறைப் பயன்பாட்டை எளிதாக்க பயிற்சிகள் பயன்படுத்தப்படும்.

இந்த புள்ளியியல் கருவிகளை மாஸ்டரிங் செய்வதன் மூலம், ஆராய்ச்சியாளர்கள் தரவை திறம்பட விளக்கவும், தொடர்பு கொள்ளவும், தகவலறிந்த முடிவுகளை எடுக்கவும் மற்றும் அவர்களின் ஆராய்ச்சி கண்டுபிடிப்புகளிலிருந்து அர்த்தமுள்ள நுண்ணறிவுகளைப் பெறவும் முடியும். கடுமையான ஆய்வுகளை மேற்கொள்வதற்கும், மற்றவர்களின் கண்டுபிடிப்புகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கும், பல்வேறு ஆய்வுத் துறைகளில் சான்று அடிப்படையிலான முடிவுகளை எடுப்பதற்கும் புள்ளியியல் கல்வியறிவு அவசியம்.

### 14.2.1 மக்கள் தொகை மற்றும் மாதிரிகள்

பாடத்தொகுதி 1, பாடப்பிரிவு 4 மாதிரி எடுப்பதற்கு அர்ப்பணிக்கப்பட்டுள்ளது. மாதிரியைப் பற்றி உங்களைப் பதுப்பித்துக் கொள்ள நீங்கள் அந்த பாடப்பிரிவுக்குத் திரும்பலாம். இங்கே, ஒரு மக்கள்தொகையை மறுபரிசீலனை செய்வது என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் படிக்க விரும்பும் தனிநபர்களின் முழுக் குழுவாகும். மாதிரி என்பது மக்கள்தொகையின் துணைக்குழு ஆகும். இது மாதிரியின் விதிகளின்படி ஆய்வாளரால் வரையறுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகையிலிருந்து பெறப்பட்டது.

## 14.2.2 அளவீட்டு அளவுகள்

அளவீடு என்பது ஆராய்ச்சியின் இதயமும் ஆன்மாவும் ஆகும். அளவு ஆய்வின் மையக் குணாதிசயங்களில் ஒன்று, நீங்கள் எதைப் படித்தாலும் அளக்க வேண்டிய தேவை: பாலினம், தொழில், உயரம், எடை, நேரம், பார்வையாளர்கள், ஊக்கம், கவனிப்பு, அர்ப்பணிப்பு, மனநிறைவு, விசுவாசம்... போன்றவை. அளவிடும்போது, எண்களை ஒதுக்குகிறோம். (1, 2, 3, முதலியன) மாறிகள் மற்றும் கருத்துக்களுக்கு விசாரணையில் உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, உங்களிடம் பாலினம் போன்ற இரண்டு பிரிவுகள் (பெண் மற்றும் ஆண்) இருந்தால், பாலினத்தின் இரண்டு வகைகளில் ஒவ்வொன்றிற்கும் ஒரு தனிப்பட்ட எண்ணை ஒதுக்குவதன் மூலம் அதை அளவுகோலாக அளவிடுவீர்கள் (பெண் வகைக்கு எண் 1 மற்றும் 2ஐ நீங்கள் ஆண் வகைக்கு ஒதுக்கலாம்.)

எண்களின் வகை போன்ற அவற்றின் உள்ளார்ந்த குணாதிசயங்களின் அடிப்படையில் எண்களை ஒரு அளவில் வைக்கலாம். அளவின் அடிப்படையில் எண்களை சுருக்கமாகப் பார்ப்போம்.

### பெயரளவு அளவு

இது மிகக் குறைந்த அளவீடு (அல்லது நிலை) அளவீடு ஆகும். இந்த நிலையில், ஒரு மாறியின் ஒவ்வொரு மறுமொழி வகைக்கும் ஒரு தனிப்பட்ட எண் ஒதுக்கப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, மேலே விவாதிக்கப்பட்டபடி, பாலினம் போன்ற இரண்டு பதில் வகைகளைக் கொண்ட ஒரு மாறி, இரண்டு வகைகளில் ஒவ்வொன்றிற்கும் ஒரு தனிப்பட்ட அல்லது தனித்துவமான எண்ணை ஒதுக்கும். பெயரளவு மட்டத்தில், வகை விவரிக்க பயன்படுத்தப்படுகிறது.

பெயரளவிலான அளவீட்டில் கணித உறவுகள் சாத்தியமில்லை. நீங்கள் கூட்டவோ, கழிக்கவோ, பெருக்கவோ, வகுக்கவோ முடியாது. நீங்கள் மட்டுமே எண்ண முடியும்

### ஆர்டினல் ஸ்கேல்

'ஆர்டினல்' என்ற சொல் 'ஆர்டர்' என்ற வார்த்தையிலிருந்து வந்தது. ஒரு சாதாரண அளவீட்டு அளவில், எண்கள் சில மாறிகளில் உள்ள வழக்குகளின் (பதிலளிப்பவர்கள்) தரவரிசையை மட்டுமே குறிக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, தேர்வில் தேர்ச்சி பெறும் அனைத்து மாணவர்களும் I, II அல்லது III வகுப்புகளைப் பெறுவார்கள். இந்நிலையில், இரண்டாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்ற மாணவனை விட, I வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்ற மாணவன், தேர்வில் சிறப்பாக தேர்ச்சி பெற்றுள்ளான் என்று நீங்கள் கூறலாம்; அதேபோல், III வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்ற மாணவனை விட இரண்டாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்ற மாணவன் சிறந்து விளங்குகிறான். அதாவது,

மாணவர்களின் முடிவுகளின் வரிசையில் நீங்கள் தரவரிசைப்படுத்த முடியும். ஆனால் எந்த இரண்டு வரிசைகளுக்கும் இடையே உள்ள தூரத்தை (இடைவெளி) உங்களால் சொல்ல முடியாது.

### இடைவெளி அளவுகோல்

இடைவெளி அளவீடு பெயரளவு மற்றும் ஆர்டினல்கள் அளவுகளின் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது, மேலும் எண்களுக்கு இடையிலான சம இடைவெளி அளவிடப்படும் மாறிகளில் சமமான தூரத்தைக் குறிக்கும் தரம். எடுத்துக்காட்டாக, இன்றைய வெப்பநிலை  $20^{\circ}\text{C}$  ஆகவும், மே 1-ஆம் தேதி  $40^{\circ}$  ஆகவும் இருந்தால், மே 1-ம் தேதியை விட இன்றைய வெப்பநிலை  $20^{\circ}\text{C}$  குறைவாக உள்ளது என்று நீங்கள் கூறலாம். வேறுவிதமாகக் கூறினால், இடைவெளி அளவைக் கொண்டு நீங்கள் துல்லியமாகத் தீர்மானிக்கலாம். கவனிப்பு அதிக அளவு மற்றும் அது எவ்வளவு பெரியது. ஒரு எண்ணை மற்றொன்றிலிருந்து கழிப்பதன் மூலம் நீங்கள் அவ்வாறு செய்யலாம். இடைவெளி அளவீடுகளைப் பற்றி இது நமக்கு முக்கியமான ஒன்றைச் சொல்கிறது: இடைவெளி அளவில் அளவீடுகள் கழித்தல் மற்றும் கூட்டல் போன்ற அடிப்படை எண்கணித செயல்பாடுகளை அனுமதிக்கின்றன.

இருப்பினும், இடைவெளி அளவில் அளவீடுகள் உங்களைப் பெருக்கவோ வகுக்கவோ அனுமதிக்காது. வெப்பநிலையின் உதாரணத்துடன் இதை விளக்குவோம்: இன்று வெப்பநிலை  $20^{\circ}\text{C}$  ஆகவும், கோடையில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் வெப்பநிலை  $40^{\circ}\text{C}$  ஆகவும் இருக்கும். இந்த விஷயத்தில் நீங்கள் செய்யக்கூடிய ஒரே அறிக்கை, கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு தேதிகளில் வெப்பநிலைக்கு இடையிலான வேறுபாடு  $20^{\circ}\text{C}$  ஆகும். ஆனால் கோடையில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் இருந்ததை விட இன்று பாதி வெப்பம் என்று நீங்கள் கூற முடியாது. ஏன் அப்படி? ஏனெனில் ஒரு விகிதம் ( $20^{\circ}\text{C}$ :  $40^{\circ}\text{C}$ ) என்பது, அளவீட்டு அளவில் ஒரு முழுமையான பூஜ்ஜியப் புள்ளியைக் கொண்டிருக்கும் போது மட்டுமே அர்த்தமுள்ளதாக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, சென்டிகிரேட் அளவில் பூஜ்ஜியம் டிகிரி என்பது வெப்பநிலை இல்லாததைக் குறிக்காது. செல்சியஸ் மற்றும் ஃபாரன்ஹீட் அளவுகளில் அளவிடப்படும் இரண்டு வெப்பநிலைகளையும் நீங்கள் கருத்தில் கொண்டால் இந்த புள்ளி தெளிவாகிறது.

இடைவெளி அளவீடுகள் என்பது பொருட்களை வரிசைப்படுத்தும் எண்களைக் கொண்டிருக்கும். இருப்பினும், அளவில் 0 என்பது தன்னிச்சையானது; அதாவது, 0-க்கு உண்மையான அல்லது முழுமையான மதிப்பு இல்லை.

### விகித அளவு

விகித அளவீடு எனப்படும் நான்காவது நிலை, முந்தைய மூன்று அளவுகளின் பண்புகளைத் தக்கவைத்து, முழுமையான பூஜ்ஜியப்

புள்ளியின் கூடுதல் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது. அளவீட்டு விகித அளவு ஒரு முழுமையான பூஜ்ஜிய புள்ளியைக் கொண்டிருப்பதால், இந்த அளவில் உள்ள எண்களின் விகிதங்கள் அளவுகளின் விகிதங்களை பிரதிபலிக்கின்றன. உதாரணமாக, மாறி வருமானம், ரூபாயில் அளவிடப்படுகிறது, இந்த சொத்து உள்ளது. ஒருவரின் ஆண்டு வருமானம் 10 லட்சமாகவும், மற்றொருவரின் ஆண்டு வருமானம் 20 லட்சமாகவும் இருந்தால், ஒன்றை மற்றவருடன் (அதாவது ஒரு விகிதமாக) பிரித்து ஒருவர் மற்றவரை விட இரண்டு மடங்கு (அல்லது பாதி) என்று குறிப்பிடலாம்.

விகித அளவுகள் என்பது பொருட்களை வரிசைப்படுத்தும் எண்களைக் கொண்டிருக்கும், அதாவது அளவீட்டில் உள்ள எண்ணியல் சமமான தூரங்கள் அளவிடப்படும் சொத்தில் சமமான தூரங்களைக் குறிக்கும். முக்கியமாக, அளவுகோலில் 0 என்பது அளவிடப்பட்ட சொத்து இல்லாததைக் குறிக்கிறது. எனவே 0-க்கு உண்மையான அர்த்தம் உள்ளது.

### 14.2.3 தனித்துவமான மற்றும் தொடர்ச்சியான மாறிகள்

ஆராய்ச்சியை வடிவமைக்கும் நபர்கள் மாறிகளின் வகைப்பாட்டிற்கு மிகுந்த கவனம் செலுத்துகின்றனர். ஒருவர் மாறிகளை வெவ்வேறு வழிகளில் வகைப்படுத்தலாம் என்றாலும், நாம் இங்கே இரண்டு வகையான மாறிகளை ஆராய்வோம்: தனி மற்றும் தொடர்ச்சி. முதலில் சில கேள்விகளைப் பார்த்து அவ்வாறு செய்யலாம்:

- உன் உடன்பிறப்புக்கள் எத்தனை பேர்?
- உங்கள் நகரத்திலிருந்து எத்தனை செய்தித்தாள்கள் வெளியிடப்படுகின்றன? உங்கள் திருமண நிலை என்ன?

மூன்று வினாக்களில் ஒவ்வொன்றிற்கும் ஒரு முழு எண். ஒரு தனித்த மாறி தனியாக, பிரிக்க முடியாத வகைகளைக் கொண்டுள்ளது. அதை பகுதியளவு பகுதிகளாக பிரிக்க முடியாது. உங்களுக்கு இரண்டு அல்லது மூன்று உடன்பிறப்புகள் இருக்கலாம், ஆனால் உங்களுக்கு 2.5 உடன்பிறப்புகள் இருக்க முடியாது, உதாரணமாக.

ஒரு தனித்த மாறிக்கு இரண்டு அடுத்தடுத்த வகைகளுக்கு இடையில் இடைநிலை மதிப்புகள் இல்லை.

ஒரு கேள்வித்தாளில் நீங்கள் பொதுவாகப் படிக்கும் மற்றொரு கேள்விகளை இப்போது ஆராயுங்கள். உங்கள் குடும்ப மாத வருமானம் என்ன?

- உங்கள் வயது என்ன?

இரண்டு கேள்விகளுக்கான பதில் முழு எண்களாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. உங்கள் வருமானத்தை ரூபாய் மற்றும் பைசாவில் அளவிடலாம், உங்கள் வயதை வருடங்கள், மாதங்கள், நாட்கள், நிமிடங்களில் கூட அளவிடலாம். எனவே இந்த நிகழ்வில் உள்ள இரண்டு மாறிகள் (மாதாந்திர குடும்ப வருமானம் (MHI) மற்றும் வயது) தனித்தனியாக இல்லை. MHI, வயது, நேரம் மற்றும் எடை போன்ற மாறிகள் தனித்தனி, பிரிக்க முடியாத வகைகளின் நிலையான தொகுப்பிற்கு மட்டுப்படுத்தப்படவில்லை. இந்த மாறிகள் தொடர்ச்சியானது என்று அழைக்கப்படுகின்றன, ஏனெனில் அவை எண்ணற்ற பகுதியளவு பகுதிகளாக பிரிக்கப்படலாம்.

ஒரு தொடர்ச்சியான மாறியானது எண்ணற்ற பகுதியளவு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது.

**தன் மதிப்பீடு: 1**

குறிப்பு: 1) உங்கள் பதில்களுக்கு கீழே உள்ள இடத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

2) இந்த பாடப்பிரிவின் முடிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பதில்களுடன் உங்கள் பதில்களை ஒப்பிடவும்.

1. வேலை நிலை: முழுநேர வேலை, பகுதி நேர வேலை, மாணவர், இல்லத்தரசி, வேலையில்லாதவர்.

2. மதம்: கிறிஸ்தவர், முஸ்லீம், சீக்கியர், ஜெயின், இந்து, பிற.

3. குற்றத்தின் ஈர்ப்பு: மிகவும் தீவிரமானது, மிதமான தீவிரம், குறைந்த தீவிரம்.

4. ஒப்பந்தம் அல்லது கருத்து வேறுபாடு: வலுவாக ஒப்புக்கொள்வது, ஓரளவு ஒப்புக்கொள்வது, நடுநிலையானது, ஓரளவுக்கு உடன்படவில்லை, கடுமையாக உடன்படவில்லை போன்ற அளவுகோலில் பதிலளிப்பவர்கள் தங்கள் உடன்படிக்கையின் அளவைக் கூறும்படி கேட்டுக்கொள்கிறார்கள்.

5. வாங்கிய பொருட்களின் எண்ணிக்கை: ஒரு மாலில் வாங்குபவர்கள், மாலில் வாங்கிய பொருட்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிடுகின்றனர்.

அடிப்படை  
புள்ளியியல்  
பகுப்பாய்வு

### 14.3 அதிர்வெண் விநியோகம் (Frequency Distribution)

நீங்கள் ஒரு சிறிய தரவுத்தொகுப்புடன் பணிபுரியும் போது, அதைப் புரிந்துகொள்வது எளிது. ஆனால் நீங்கள் ஒரு பெரிய தரவுத்தொகுப்பைக் கையாளும் போது (ஒரு கேள்வித்தாளில் 70 கேள்விகளுக்கு 100-க்கும் மேற்பட்ட பதிலளித்தவர்கள் பதிலளித்துள்ளனர் என்று வைத்துக்கொள்வோம்), பின்னர் தரவைப் புரிந்துகொள்வது அல்லது அதில் ஏதேனும் வடிவங்கள் அல்லது போக்கைப் பார்ப்பது மிகவும் கடினம். இங்குதான் அதிர்வெண் விநியோகம் உதவுகிறது. எளிமையாகச் சொன்னால், அதிர்வெண் விநியோகமானது தரவை அட்டவணையாகவோ அல்லது வரைபடமாகவோ ஒழுங்கமைத்து, அதில் தெளிவான வடிவத்தை அல்லது போக்கைக் காண்பதை எளிதாக்குகிறது. தரவுகளின் தொகுப்பை ஒழுங்கமைப்பதற்கான பொதுவான நடைமுறைகளில் ஒன்று, அதிர்வெண் விநியோகத்தில் மதிப்பெண்களை வைப்பதாகும்.

அதிர்வெண் விநியோகம் என்பது ஒவ்வொரு வகையிலும் அளவீட்டு அளவில் உள்ள தனிநபர்களின் எண்ணிக்கையின் பதிவாகும். இது ஆராய்ச்சியாளரை "ஒரு பார்வையில்" மதிப்பெண்களின் முழு தொகுப்பையும் பார்க்க அனுமதிக்கிறது.

#### 14.3.1 அதிர்வெண் விநியோக அட்டவணைகள்

எளிமையான அதிர்வெண் விநியோக அட்டவணையானது, ஒரு நெடுவரிசையில் உள்ள தனிப்பட்ட மதிப்பெண்களின் பட்டியலை உயர்ந்தது முதல் குறைந்தது வரை வழங்குகிறது. ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணைத் தவிர, மற்றொரு நெடுவரிசையில், தரவுகளில் ஏற்படும் மதிப்பெண்களின் அதிர்வெண் அல்லது எண்ணிக்கை. மதிப்பெண்களுக்கான நெடுவரிசைத் தலைப்பாக  $anX$ ஐயும், அதிர்வெண்களுக்கான நெடுவரிசைத் தலைப்பாக  $an$ ஐயும் பயன்படுத்துவது வழக்கம்.

எடுத்துக்காட்டு: 20 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு வகுப்பானது 10 இல் பின்வரும் மதிப்பெண்களைப் பெறுகிறது ( $N = 20$  மதிப்பெண்கள்).

அதிர்வெண் விநியோக அட்டவணையை உருவாக்குவதன் மூலம் இந்த மதிப்பெண்களை ஒழுங்கமைப்போம்.

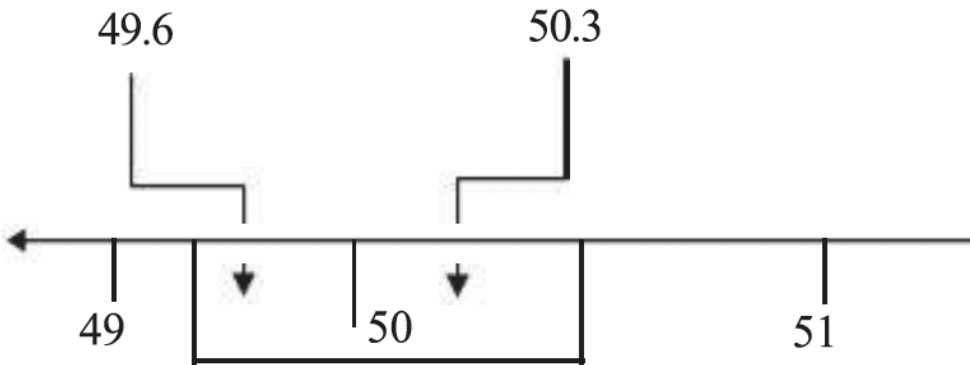
- முதலில், மதிப்பெண்களின் தொகுப்பில் அதிக மதிப்பெண்ணைக் கண்டறியவும். இந்த தொகுப்பில், அதிகபட்ச மதிப்பெண் (X) 10 ஆகும்.
- அடுத்து, மதிப்பெண் தொகுப்பில் குறைந்த மதிப்பெண்ணைக் கண்டறியவும். தொகுப்பில், இது (x) 4 ஆகும்.
- மதிப்பெண்களின் தொகுப்பில் ஒரு மதிப்பெண் தோன்றுகிறதா இல்லையா என்பதைப் பொருட்படுத்தாமல், ஒரு நெடுவரிசையில் அதிக மதிப்பெண்களிலிருந்து குறைந்த (10 முதல் 4 வரை) மதிப்பெண்களை எழுதவும் (5 மதிப்பெண்களின் தொகுப்பில் இல்லை, ஆனால் அது அடையாளம் காணப்பட்டுள்ளது, அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது). இது அட்டவணையின் முதல் நெடுவரிசை.
- நான்காவது படியில், ஒவ்வொரு எண்ணுக்கும் எதிராக, அது தோன்றும் அதிர்வெண்ணை (f) எண்ணி எழுதவும். உதாரணமாக, 10 இரண்டு முறை தோன்றுகிறது, 9 7 முறை தோன்றுகிறது, மற்றும் பல. இது அட்டவணையின் இரண்டாவது நெடுவரிசை.
- இறுதியாக, மூன்றாவது நெடுவரிசையில், ஒவ்வொரு x மதிப்பையும் அதன் அதிர்வெண்ணால் பெருக்கி, பின்னர் இந்தத் தயாரிப்புகளைச் சேர்க்கவும். இது அதிர்வெண் விநியோக அட்டவணையில் இருந்து "x ஐப் பெறுகிறது. இந்தத் தொகை "fx என குறியீடுகளில் வெளிப்படுத்தப்படலாம். கூடுதலாக, அதிர்வெண்களைச் சேர்ப்பதன் மூலம், நீங்கள் தனிநபர்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைப் பெறுவீர்கள்: "f = N (கீழே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் 20 மாணவர்கள் அல்லது மதிப்பெண்கள்)

Score	Frequency Table Frequency	Sum
$X$	$F$	$fX$
10	2	20
9	7	63
8	5	40
7	2	14
6	3	18
5	0	0
4	1	4
	20	$fX=159$

### 14.3.2 தொடர்ச்சியான மாறிகள் மற்றும் உண்மையான வரம்புகள்

தொடர்ச்சியான மாறி மற்றும் உண்மையான வரம்புகளின் கருத்து அளவீட்டில் பயனுள்ளதாக இருக்கும். எனவே ஒரு எளிய உதாரணத்துடன் அவற்றைப் புரிந்துகொள்ள முயற்சிப்போம். எந்த பட்டப்படிப்பு திட்டத்திலும் நீங்கள் படிக்கும் நேரத்தையும் பாடங்களின் எண்ணிக்கையையும் எவ்வாறு அளவிடுவது? உங்களிடம் அதிநவீன கருவிகள் இருந்தால், வருடங்களில் நேரத்தை அளவிடலாம் அல்லது மாதங்கள், நாட்கள், மணிநேரம், நிமிடங்கள், விநாடிகள், நானோ விநாடிகள் என்று கூட பிரிக்கலாம். ஆனால் உங்கள் பட்டப்படிப்பில் நீங்கள் படிக்கும் பாடங்களின் எண்ணிக்கையில் இதையே செய்ய முடியாது. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், நேரம் ஒரு தொடர்ச்சியான மாறியாகும். ஒரு தொடர்ச்சியான மாறியானது எண்ணற்ற சாத்தியமான மதிப்புகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் அளவில் எந்த இடைவெளியும் இல்லை (அதனால்தான், தொடர்ச்சியானது). எனவே இது தொடர்ச்சியான மற்றும் எண்ணற்ற புள்ளிகளைக் கொண்ட ஒரு எண் கோட்டால் குறிக்கப்படலாம் (கீழே காண்க).

இன்னொரு உதாரணத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். நீங்கள் உடல் எடையை அருகிலுள்ள கிலோகிராமிற்கு அளவிடும் போது,  $x = 50.3$  மற்றும்  $x = 49.6$  கிலோ எடைகள் இரண்டும்  $x = 50$  மதிப்பெண்களாக வட்டமிடப்படும்.  $x = 50$  மதிப்பெண் தோராயமான எண் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்; அது எண் கோட்டில் ஒரு புள்ளி இல்லை. உண்மையான உடல் எடை 49.5 கிலோ முதல் 50.5 கிலோ வரை இருக்கும். இந்த இடைவெளிக்குள் வரும் எந்த அளவீடும்  $x = 50$  இன் மதிப்பு ஒதுக்கப்படும். இடைவெளியை உருவாக்கும் எல்லைகள்  $x = 50$ -க்கு ஒத்த இடைவெளியின் உண்மையான வரம்புகள் எனப்படும்.



#### உண்மையான வரம்புகள்

உண்மையான வரம்புகள் என்பது தொடர்ச்சியான எண் வரிசையில் குறிப்பிடப்படும் மதிப்பெண்களுக்கான இடைவெளிகளின் எல்லைகளாகும். இரண்டு அருகிலுள்ள மதிப்பெண்களைப் பிரிக்கும் உண்மையான வரம்புகள் மதிப்பெண்களுக்கு இடையில் சரியாக

அமைந்துள்ளன. ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணுக்கும் இரண்டு உண்மையான வரம்புகள் உள்ளன. மேல் உண்மையான வரம்பு மேலே உள்ளது மற்றும் குறைந்த உண்மையான வரம்பு இடைவெளியின் கீழே உள்ளது. உண்மையான வரம்புகளின் கருத்து ஒரு குழுப்படுத்தப்பட்ட அதிர்வெண் விநியோக அட்டவணையின் வகுப்பு இடைவெளிகளுக்கும் பொருந்தும். எடுத்துக்காட்டாக, 40 - 49 வகுப்பு இடைவெளியில்  $x = 40$  முதல்  $x$  வரையிலான மதிப்பெண்கள் உள்ளன  $= 49$ . இந்த மதிப்புகள் இடைவெளியின் வெளிப்படையான வரம்புகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, ஏனெனில் அவை வகுப்பு இடைவெளிக்கு மேல் மற்றும் கீழ் எல்லைகளை உருவாக்குகின்றன. ஆனால்  $x = 40$  என்பது உண்மையில் 39.5 முதல் 40.5 வரையிலான இடைவெளி. இதேபோல்,  $x = 49$  என்பது ஒரு இடைவெளி

48.5 முதல் 49.5 வரை. எனவே, இடைவெளியின் உண்மையான வரம்புகள் 39.5 (குறைந்த உண்மையான வரம்பு) மற்றும் 49.5 (மேல் உண்மையான வரம்பு).

### 14.3.3 அதிர்வெண் விநியோக வரைபடங்கள்

அதிர்வெண் விநியோக வரைபடம் என்பது அதிர்வெண் விநியோக அட்டவணையில் காட்டப்படும் தரவின் சித்திரப் பிரதிநிதித்துவமாகும். அனைத்து வரைபடங்களும் அச்சுகள் எனப்படும் செங்குத்து கோடுகளுடன் தொடங்குகின்றன. கிடைமட்ட கோடு  $x$  - அச்ச என்றும், செங்குத்து கோடு  $y$  - அச்ச என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இடமிருந்து வலமாக அதிகரிக்கும் மதிப்பில்  $x$  - அச்சில் மதிப்பெண்கள் பட்டியலிடப்பட்டுள்ளன. அதிர்வெண்கள்  $y$  - அச்சில் கீழிருந்து மேல் மதிப்பு அதிகரிப்பதில் பட்டியலிடப்பட்டுள்ளன. ஒரு பொது விதியாக, இரண்டு அச்சுகளும் வெட்டும் புள்ளியில் மதிப்பெண்கள் மற்றும் அதிர்வெண்கள் இரண்டிற்கும் பூஜ்ஜிய மதிப்பு இருக்க வேண்டும். ஒரு இறுதிப் பொது விதி என்னவென்றால், வரைபடமானது அதன் உயரம் ( $y$  - அச்ச) அதன் நீளத்தின் தோராயமாக முக்கால்வாசி ( $x$  - அச்ச) இருக்குமாறு கட்டமைக்கப்பட வேண்டும்.

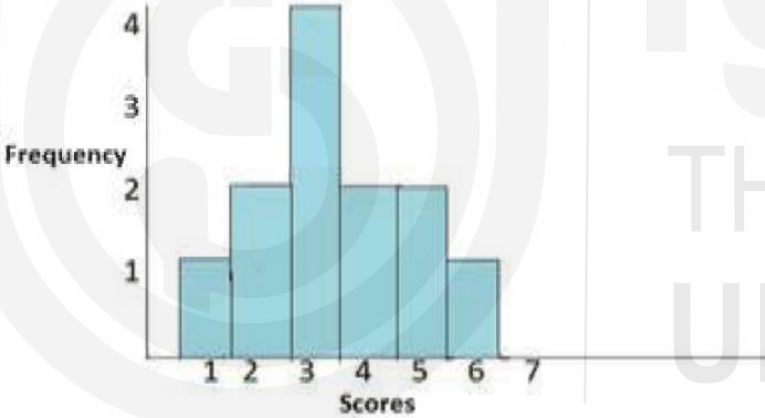
### 14.3.4 ஹிஸ்டோகிராம்கள் மற்றும் பார் வரைபடங்கள்

இந்த வகை வரைபடத்திற்கு, ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணுக்கும் மேலே ஒரு பட்டியை வரையவும், இதனால் பட்டியின் உயரம் மதிப்பெண்ணின் அதிர்வெண்ணுடன் ஒத்திருக்கும். ஹிஸ்டோகிராம் அல்லது பார் வரைபடத்தைப் பயன்படுத்துவதற்கு இடையேயான தேர்வு அளவீட்டின் அளவின் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. அதிர்வெண் விநியோக வரைபடம் இடைவெளி அல்லது விகித அளவுகோலில் இருந்து தரவைக் காண்பிக்கும் போது, பாரர்கள் வரையப்படுகின்றன, இதனால் அருகிலுள்ள பட்டி ஒன்றுடன் ஒன்று

தொடும். தொடுத்தல் பார்கள் ஒரு தொடர்ச்சியான உருவத்தை உருவாக்குகின்றன, இது மாறியின் தொடர்ச்சியை வலியுறுத்துகிறது. இந்த வகை அதிர்வெண் விநியோக வரைபடம் ஹிஸ்டோகிராம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஹிஸ்டோகிராமிற்கு, ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணுக்கும் மேலே செங்குத்து பட்டைகள் வரையப்படுகின்றன

1. பட்டையின் உயரம் அதிர்வெண்ணுடன் ஒத்துள்ளது
2. பட்டையின் அகலம் ஸ்கோரின் உண்மையான வரம்புகளுக்கு நீட்டிக்கப்படுகிறது.

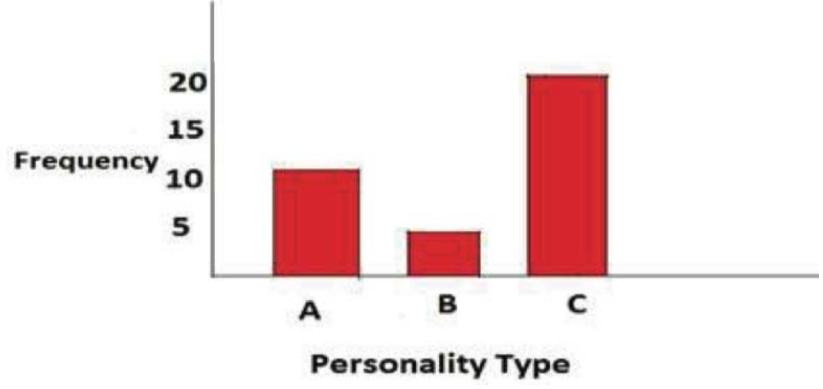
$X$	$F$
6	1
5	2
4	2
3	4
2	2
1	1



பெயரளவு அல்லது ஆர்டினல் அளவில் இருந்து தரவுக்கான அதிர்வெண் விநியோகத்தை நீங்கள் வழங்கும்போது, பார்களுக்கு இடையில் சிறிது இடைவெளி இருக்கும் வகையில் வரைபடம் கட்டமைக்கப்படுகிறது. இந்த வழக்கில் தனித்தனி பார்கள் அளவுகோல் தனித்தனி, தனித்துவமான வகைகளைக் கொண்டுள்ளது என்பதை வலியுறுத்துகின்றன. இதன் விளைவாக வரும் வரைபடம் பார் வரைபடம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு பார் வரைபடத்திற்கு, ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணுக்கும் (அல்லது வகைக்கு) மேலே ஒரு செங்குத்து பட்டை வரையப்பட்டிருக்கும்

1. பட்டையின் உயரம் அதிர்வெண்ணுடன் ஒத்துள்ளது
2. ஒவ்வொரு பட்டையையும் உரையிலிருந்து பிரிக்கும் இடைவெளி உள்ளது.

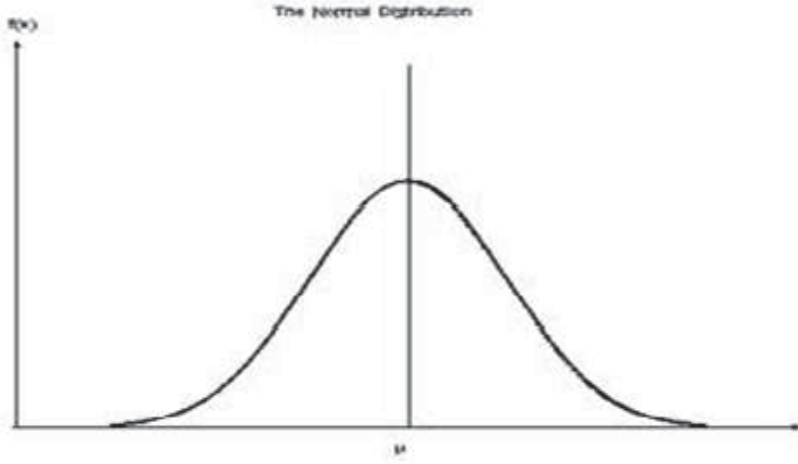
எ.கா.: கல்லூரி மாணவர்களின் மாதிரியில் ஆளுமை வகைகளின் பரவலைக் காட்டும் பார் வரைபடம். ஆளுமை வகை என்பது பெயரளவிலான அளவில் அளவிடப்படும் தனித்துவமான மாறி என்பதால், பட்டிகளுக்கு இடையில் இடைவெளியுடன் வரைபடம் வரையப்படுகிறது.



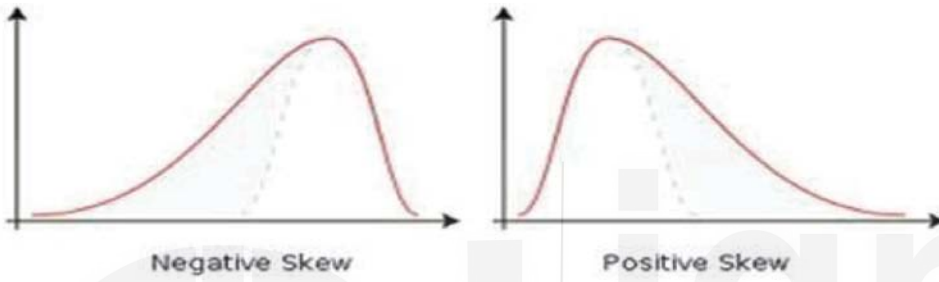
### 14.3.5 அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வடிவம்

எந்தவொரு விநியோகத்தையும் முழுமையாக விவரிக்கும் மூன்று பண்புகள் உள்ளன: வடிவம், மையப் போக்கு மற்றும் மாறுபாடு. மையப் போக்கு மற்றும் மாறுபாட்டை பின்னர் ஆராய்வோம். விநியோகத்தின் வடிவத்தை இப்போது புரிந்துகொள்ள முயற்சிப்போம். ஏறக்குறைய அனைத்து விநியோகங்களும் சமச்சீர் அல்லது வளைந்தவை என வகைப்படுத்தலாம்.

- ஒரு சமச்சீர் விநியோகத்தில், நடுவில் ஒரு செங்குத்து கோட்டை வரைய முடியும், இதனால் விநியோகத்தின் ஒரு பக்கம் மற்றொன்றின் துல்லியமான கண்ணாடிப் படமாக இருக்கும்.
- வளைந்த விநியோகத்தில் மதிப்பெண்கள் அளவின் ஒரு முனையில் குவிந்து மறுமுனையில் படிப்படியாக குறையும். ஒரு விநியோகத்தின் ஒரு முனையில் மதிப்பெண்கள் குறையும் பகுதி விநியோகத்தின் வால் என்று அழைக்கப்படுகிறது. வலது பக்கம் வால் கொண்ட ஒரு வளைந்த விநியோகம் நேர்மறை வளைந்ததாகக் கூறப்படுகிறது, ஏனெனில் வால் x- அச்சின் நேர்மறை (பூஜ்ஜியத்திற்கு மேல்) முனையை நோக்கிச் செல்கிறது. வால் இடதுபுறமாக இருந்தால், விநியோகம் எதிர்மறையாக வளைந்ததாகக் கூறப்படுகிறது.



நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை சாய்வு



## தன் மதிப்பீடு 2

ஆண் பத்திரிகையாளர்கள், பெண் பத்திரிகையாளர்கள் மற்றும் மொத்தப் பத்திரிகையாளர்கள் ஆகியோருக்கான அலைவரிசை விநியோகத்தைக் கண்டறியவும்.

S.No.	Age Intervals	Male	Female
1	Under20	0	100
2	21-25	17	83
3	26-30	40	60
4	31-35	35	65
5	36-40	51	49
6	41-45	48	52
7	46-50	55	45
8	51-55	56	44
9	56-60	53	47
10	61-65	56	44
11	Over 65	67	33

பெண்கள், சிறுவர்கள் மற்றும் மொத்த வகுப்பிற்கான அதிர்வெண் விநியோகத்தைக் கண்டறியவும். டேட்டாசெட் என்பது ஒரு வகுப்பில் மாணவர்கள் ஒரு மாதத்தில்

S.No.	Time Intervals	Girls	Boys
1	140-149	0	0
2	130-139	0	32
3	120-129	0	48
4	110-119	1	29
5	100-109	0	18
6	90-99	3	14
7	80-89	5	5
8	70-79	6	5
9	60-69	14	0
10	50-59	7	1
11	40-49	11	0
12	30-39	4	0

#### 14.4 மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகள்

சராசரி என்றால் என்ன, அது எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது என்பதை நீங்கள் நன்கு அறிந்திருக்கிறீர்கள். சராசரியைக் கணக்கிடச் சொன்னால், நம்மில் பெரும்பாலோர் சராசரியைக் கணக்கிடுவதில் அவசரப்படுவோம். ஆனால் இது 'சராசரி' என்பதன் ஒரே பொருள் அல்ல. புள்ளிவிவரங்களில், நீங்கள் மூன்று வெவ்வேறு வழிகளில் சராசரி என்று அழைக்கப்படுவதைக் கணக்கிடலாம். ஒட்டுமொத்தமாக, இந்த மூன்று - சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முறை - மையப் போக்கின் அளவுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. மையப் போக்கு என்றால் என்ன என்பதை நீங்கள் யூகிக்கலாம். சொற்றொடர் குறிப்பிடுவது போல, மையப் போக்கு என்பது மையத்தில் வசிக்கும் அல்லது விநியோகத்தின் மையத்தைக் குறிக்கும் சராசரி. மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகள் மையம் எங்குள்ளது என்பதை விவரிக்கும் எண்ணை நமக்கு வழங்குகிறது. ஒரு விநியோகத்தின் மையத்தை அறிந்துகொள்வது அதைப் பற்றி நமக்குப் பலவற்றைச் சொல்கிறது, ஏனெனில் விநியோகத்தில் உள்ள பெரும்பாலான மதிப்பெண்கள் மையத்தைச் சுற்றிக் கிளஸ்டர்களாக இருக்கும்.

##### 14.4.1 சராசரி

சராசரி என்பது விநியோகத்தின் எண்கணித மையம். எல்லா மதிப்பெண்களையும் (OX) ஒன்றாகச் சேர்த்து மொத்த மதிப்பெண்களின் எண்ணிக்கையால் (N) வகுப்பதன் மூலம்

சராசரியைக் கண்டறியலாம். எடுத்துக்காட்டாக ( $X =$  மதிப்பெண்கள் 1, 2, 3, 4, 5;  $N=5$ ):

$X$  are  $1+2+3+4+5 = (OX) 15$

$N=5$

மக்கள்தொகை சராசரி( $\mu$ ) என்பது:  $15/5 = 3$  ( $\mu = OX/N$ ). மாதிரி சராசரி ( $n$ ):  $15/5$

$= 3$  ( $x = OX/n$ )

மக்கள்தொகை மற்றும் மாதிரியின் சராசரியைக் கணக்கிட நாம் பயன்படுத்திய செயல்முறை ஒன்றுதான் என்பதை நீங்கள் இப்போது கவனிக்கலாம், ஆனால் நாம் அவற்றிற்கு வெவ்வேறு குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம்.

சராசரி எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது என்பதை இப்போது நாம் அறிவோம். பொருள் நான்கு பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது. அவற்றில் நான்கு இங்கே:

1. சராசரி என்பது மிகவும் நம்பகமான மற்றும் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படும் மையப் போக்கின் அளவீடு ஆகும்.
2. சராசரியானது விநியோகத்தில் உண்மையான மதிப்பெண்ணாக இருக்க வேண்டியதில்லை.
3. சராசரியானது வெளியாட்களால் வலுவாக பாதிக்கப்படுகிறது.
4. சராசரியைப் பற்றிய விலகல்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

மேலே பட்டியலிடப்பட்டுள்ள சராசரியின் கடைசி இரண்டு பண்புகளை நீங்கள் புரிந்து கொள்ள வேண்டும். முதலில், ஒரு அவுட்வியர் என்பது ஒரு தீவிர மதிப்பெண் என்பதை நீங்கள் அறிந்து கொள்ள வேண்டும். இது விநியோகத்தில் உள்ள பெரும்பாலான மதிப்பெண்களிலிருந்து தனித்து நிற்கும் மதிப்பெண் ஆகும். எனவே, 1, 2, 9 மதிப்பெண்களின் தொகுப்பில், மதிப்பெண் 9 மற்ற மதிப்பெண்களிலிருந்து தனித்து நிற்கிறது. 9 ஒரு புறம்போக்கு.

வெளியில் இருப்பவர்கள் சராசரியை அவர்களை நோக்கி இழுக்க முனைகிறார்கள். இவ்வாறு 1, 2, 3, 4, 5 ஆகிய மதிப்புகளின் விநியோகம் சராசரியாக 3 ஐக் கொண்டுள்ளது. இந்த விநியோகத்தில் உள்ள பெரும்பாலான மதிப்பெண்கள் எங்கு உள்ளன என்பதை விவரிக்கும் மூன்று வேலைகளைச் செய்கிறது. இருப்பினும், மேலே உள்ள விநியோகத்தில் 25 (5-க்கு பதிலாக) இருந்தால், சராசரியானது பெரிய அளவில் மாறுகிறது. புதிய விநியோகம் 1, 2, 3, 4, 25 ஆனது 7 இன் சராசரியைக் கொண்டுள்ளது. விநியோகத்தில் உள்ள மற்ற மதிப்புகளுக்கு ஏழு உண்மையில் நெருக்கமாக இல்லை. எனவே, சராசரியானது, வெளிப்புறமாக இருக்கும் போது மையத்தின் மோசமான அளவீடு ஆகும்.

### 14.4.2 இடைநிலை

இடைநிலை என்பது விநியோகத்தின் இயற்பியல் மையம். விநியோகத்தின் மதிப்புகள் வரிசையாக வரிசைப்படுத்தப்படும் போது இது நடுவில் உள்ள மதிப்பாகும். விநியோகம்: 0, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 7, 8 இன் சராசரி மதிப்பு 4 ஆகும், ஏனெனில் விநியோகத்தில் இந்த புள்ளிக்கு மேலே ஐந்து மதிப்புகளும் இந்த புள்ளிக்கு கீழே ஐந்து மதிப்புகளும் உள்ளன (0, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 7, 8).

உங்களிடம் சம எண்ணிக்கையிலான எண்கள் இருந்தால், மையத்தில் இரண்டு மதிப்புகள் இருக்கும், மேலும் சராசரியை தீர்மானிக்க இந்த இரண்டு மதிப்புகளையும் ஒன்றாகச் சராசரிப்படுத்துகிறீர்கள். எடுத்துக்காட்டாக, 0, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 7 ஆகியவற்றைப் பெறுவதற்காக விநியோகத்தில் உள்ள எண்களில் ஒன்றை எடுத்துக் கொண்டால், மையத்தில் உள்ள இரண்டு மதிப்புகள் 3 மற்றும் 4 (0, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 7). சராசரி 3.5 மற்றும் அது சராசரி. மீடியன் வெளிப்புறங்களை எதிர்க்கும் என்பதை நீங்கள் கவனித்திருப்பீர்கள். அதாவது, வெளிப்புறங்கள் பொதுவாக சராசரியை பாதிக்காது மற்றும் அது சராசரியாக பாதிக்கப்படாது. விநியோகத்தில் வளைவு அல்லது வெளிப்புறங்களின் திசையில் இடைநிலை சிறிது நகரக்கூடும்.

### 14.4.3 பயன்முறை

பயன்முறையானது விநியோகத்தில் அடிக்கடி வரும் மதிப்பெண் ஆகும். பின்வரும் மதிப்பெண்களை ஆராயவும். 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7. விநியோகத்தில் அடிக்கடி என்ன மதிப்பெண் தோன்றும்? வெளிப்படையாக 4. எனவே, 4 என்பது பயன்முறை. மதிப்பெண்களின் இந்த விநியோகம் ஒரே ஒரு பயன்முறையைக் கொண்டுள்ளது (4).

இப்போது மற்றொரு செட் மதிப்பெண்களை ஆராயுங்கள்: 1, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6. இங்கு 3 மற்றும் 4 நான்கு முறைகள் தோன்றும். எனவே, மதிப்பெண்களின் தொகுப்பில் இரண்டு முறைகள் (3 மற்றும் 4) உள்ளன.

இப்போது எப்படி இந்த மதிப்பெண்களின் தொகுப்பு: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. இங்கு ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணும் ஒரு முறை மட்டுமே தோன்றும். இரண்டு அல்லது அதற்கு மேல் மதிப்பெண் எதுவும் தோன்றாது. எனவே, மதிப்பெண்களின் தொகுப்பில் எந்த பயன்முறையும் இல்லை என்று நீங்கள் முடிவு செய்கிறீர்கள். பயன்முறையின் மற்றொரு குணாதிசயத்தை நீங்கள் மீண்டும் கவனித்திருப்பீர்கள்: இது வெளியாட்களால் பாதிக்கப்படாமல் உள்ளது.

1. ஒரு வகுப்பில், மாணவர்கள் தங்களுக்குப் பிடித்த பாடத்தைத் தேர்ந்தெடுக்கச் சொன்னார்கள். 63 பேர் ஆங்கிலத்தையும், 29 பேர்

கணிதத்தையும், 9 பேர் புள்ளியியல் பாடத்தையும் தேர்வு செய்தனர். இந்த விநியோக முறை என்ன?

2. மீடியன் ஏன் அதீத மதிப்பெண்களால் (அவுட்லையர்ஸ்) பாதிக்கப்படவில்லை?

தன் மதிப்பீடு: 2

குறிப்பு: 1) உங்கள் பதில்களுக்கு கீழே உள்ள இடத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

2) இந்த பாடப்பிரிவின் முடிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பதில்களுடன் உங்கள் பதில்களை ஒப்பிடவும்.

பின்வருவனவற்றின் சராசரி, பயன்முறையைக் கண்டறியவும்:

a) 19,24,28,28,30,34,38,42,49,51,52,61,64

.....  
.....  
.....

b) 53,43,77,44,35,14,56,43,75,45,80

.....  
.....  
.....

c) 14,25,47,56,56,58,58,66,82,89,91

.....  
.....  
.....

d) 61,52,81,56,35,17,56,51,82,35

.....  
.....  
.....

e) 31,44,45,46,43,55,56,56,57,62,64,66,69

.....  
.....  
.....

## 14.5 மாறுபாடு

நமது கல்வியும், அனுபவமும் அர்த்தம் என்றால் என்ன என்பதைப் புரிந்துகொள்ள உதவுகிறது. இருப்பினும், மாறுபாட்டின் கருத்தை புரிந்துகொள்வது அவ்வளவு எளிதில் நமக்கு வராது.

மாறுபாடு, எளிய ஆங்கிலத்தில், வேறுபாட்டை (அல்லது தூரம்) குறிக்கிறது. எனவே, 10 மாணவர்கள் 10-க்கு 10 மதிப்பெண்கள் பெற்றால், அது நிச்சயமாக சிறந்த செயல்திறன், ஆனால் 10 மாணவர்களின் மதிப்பெண்ணில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை. அவர்கள் அனைவரும் ஒரே மதிப்பெண்களைப் பெற்றுள்ளனர்! புள்ளியியல் நிபுணர் அதையே வேறு மொழியில் சொல்வார் ((10) மதிப்பெண்களின் விநியோகத்தில் மாறுபாடு இல்லை, அவள் சொல்வாள்). மறுபுறம், 10 மாணவர்கள் 1 முதல் 10 வரை மதிப்பெண் பெற்றால், அதிக அளவு மாறுபாடு இருக்கும்.

புள்ளிவிவரங்களில், ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பெண்களின் மாறுபாட்டின் அளவை அளவிடுவதே எங்கள் குறிக்கோள். ஒரு விநியோகத்தில் மதிப்பெண்கள் அனைத்தும் ஒரே மாதிரியாக இருந்தால், எந்த மாறுபாடும் இல்லை. வேறுபாடுகள் சிறியதாக இருந்தால், மாறுபாடு சிறியதாக இருக்கும், மேலும் மதிப்பெண்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகள் பெரியதாக இருந்தால், மாறுபாடு பெரியதாக இருக்கும்.

நமது அன்றாட மொழியில், 'சிறியது' மற்றும் 'பெரியது' என்பது குணாதிசயமான வெளிப்பாடுகள், இந்த இரண்டு சொற்களும் எதைக் குறிக்கின்றன என்பதை நாம் ஒவ்வொருவரும் சொந்தமாகப் பெற்றுள்ளோம். இருப்பினும், புள்ளிவிவரங்களில், மாறுபாடு அளவு ரீதியாக அளவிடப்படுகிறது மற்றும் வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.

நாம் ஏன் மாறுபாட்டை அளவிடுகிறோம்? மதிப்பெண்களின் விநியோகம் எவ்வாறு பரவுகிறது என்பதைத் தீர்மானிக்க, மாறுபாட்டை அளவிடுகிறோம். மதிப்பெண்கள் அனைத்தும் ஒன்றுக்கொன்று நெருக்கமாக உள்ளதா (எ.கா., 2, 4, 4, 4, 5, 5) அல்லது பரந்த அளவிலான மதிப்புகளில் (எ.கா., 0, 0, 1, 2, 6) சிதறிக்கிடக்கிறதா என்பதைக் கண்டறிவதே இதன் நோக்கம். , 9). மதிப்பெண்களின் தொகுப்பை விவரிப்பதை விட மாறுபாடு ஒரு பெரிய நோக்கத்திற்கு உதவுகிறது. விநியோகத்தின் இரண்டு கூடுதல் பண்புகளைப் புரிந்துகொள்ள இது உதவுகிறது.

முதலாவதாக, சராசரி (சராசரி) விநியோகத்தை எவ்வளவு நன்றாக விவரிக்கிறது என்பதை மாறுபாடு நமக்குக் கூறுகிறது. மாறுபாடு சிறியதாக இருந்தால், மதிப்பெண்கள் அனைத்தும் நெருக்கமாக இருக்கும், மேலும் ஒவ்வொரு தனிப்பட்ட மதிப்பெண் சராசரிக்கும் நெருக்கமாக இருக்கும் (முதல் செட் மதிப்பெண்களின் சராசரியைக் கணக்கிட்டு இதை நீங்களே பாருங்கள்). இந்த சூழ்நிலையில், சராசரியானது விநியோகத்தில் உள்ள அனைத்து மதிப்பெண்களின் நல்ல பிரதிநிதியாகும். மாறாக, மாறுபாடு பெரியதாக இருக்கும் போது, மதிப்பெண்கள் விரிவடைகின்றன, மேலும் அவை சராசரிக்கு நெருக்கமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை (இரண்டாவது செட் மதிப்பெண்களின் சராசரியைக் கணக்கிடவும்). இரண்டாவது செட்

மதிப்பெண்களின் சராசரியானது முதல் தொகுப்பின் சராசரியைப் போல விநியோகத்தின் பிரதிநிதியாக இருக்காது.

மாறுபாட்டின் இரண்டாவது பண்பு முதல் தொடர்புடையது. ஒரு தனிப்பட்ட மதிப்பெண் (அல்லது மதிப்பெண்களின் குழு) முழு விநியோகத்தையும் எவ்வளவு சிறப்பாக பிரதிபலிக்கிறது என்பதையும் மாறுபாடு நமக்குக் கூறுகிறது. மதிப்பெண்களின் முதல் தொகுப்பில் (2, 4, 4, 4, 5, 5), எந்தவொரு தனிப்பட்ட ஸ்கோரின் தூரமும் (2 அல்லது 4 அல்லது 5) மற்ற மதிப்பெண்களிலிருந்து வெகு தொலைவில் இல்லை. இந்த வழக்கில், 2 அல்லது 4 அல்லது 5 முழு விநியோகத்தையும் கிட்டத்தட்ட துல்லியமாகக் குறிக்கும். இருப்பினும், இரண்டாவது விநியோகம் குறித்து எங்களால் உறுதியாக இருக்க முடியாது. தனிப்பட்ட மதிப்பெண்கள் முதல் தொகுப்பில் உள்ளதைப் போல் முழு விநியோகத்தையும் சிறப்பாகப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தாது.

இந்த கோட்பாட்டு பின்னணியில், மாறுபாடு எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது என்பதை ஆராய்வோம். மாறுபாட்டின் மூன்று வெவ்வேறு அளவுகள் உள்ளன: வரம்பு, இடைவெளி வரம்பு மற்றும் நிலையான விலகல். அவை ஒவ்வொன்றையும் பார்ப்போம்.

### 14.5.1 வரம்பு

வரம்பு என்பது விநியோகத்தில் மிகப்பெரிய மதிப்பெண் மற்றும் சிறிய மதிப்பெண்ணுக்கு இடையே உள்ள தூரம் (அல்லது வேறுபாடு). எனவே, மேலே கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு செட் மதிப்பெண்களின் வரம்பு முறையே 3 மற்றும் 9 ஆகும். (துல்லியமாக இருக்க, வரம்பு என்பது மிகப்பெரிய (அதிகபட்ச)  $\times$  மதிப்பிற்கான மேல் உண்மையான வரம்புக்கும் சிறிய (குறைந்தபட்சம்)  $\times$  மதிப்பின் கீழ் உண்மையான வரம்புக்கும் உள்ள வித்தியாசம்).

மாறுபாட்டின் அளவீடாக வரம்பைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள சிரமத்தை நீங்கள் ஒருவேளை பார்க்கலாம். இது விநியோகத்தில் உள்ள மற்ற எல்லா மதிப்புகளின் விலையில் இரண்டு தீவிர மதிப்புகளிலிருந்து (மதிப்பெண்கள்) மட்டுமே உள்ளீடுகளை நாடுகிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், முழு விநியோகத்திற்கான மாறுபாட்டின் துல்லியமான விளக்கத்தை இது பெரும்பாலும் கொடுக்காது. இந்த காரணத்திற்காக, வரம்பு மாறுபாட்டின் கச்சா மற்றும் நம்பமுடியாத அளவீடாக கருதப்படுகிறது.

### 14.5.2 இடைக்கால வரம்பு மற்றும் அரை

#### இடைவெளி வரம்பு

மாறுபாட்டின் இரண்டாவது அளவீடு இடைக்கால வரம்பு (அல்லது அரை-காலாண்டு வரம்பு). காலாண்டுகளைப் பயன்படுத்தி

விநியோகத்தை நான்கு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம் (எளிதில் புரிந்து கொள்ள 100ஐ நான்கு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்!).

முதல் காலாண்டு (Q1) என்பது குறைந்த 25% விநியோகத்தை மீதமுள்ள 75 சதவீதத்திலிருந்து பிரிக்கும் மதிப்பெண் ஆகும்.

இரண்டாவது காலாண்டு (Q2) என்பது சரியாக இரண்டு காலாண்டுகளைக் கொண்ட மதிப்பெண் அல்லது அதற்குக் கீழே உள்ள விநியோகத்தில் 50% ஆகும். இரண்டாவது காலாண்டு இடைநிலை (அவை ஒரே மாதிரியானவை).

இறுதியாக மூன்றாவது காலாண்டு (Q3) என்பது விநியோகத்தின் கீழ் 75 சதவீதத்துக்கு மேல் 25 சதவீதத்திலிருந்து பிரிக்கும் மதிப்பெண் ஆகும்.

அரை காலாண்டு வரம்பு என்பது இடைக்கால வரம்பில் ஒரு பாதி. இது சராசரி (Q2) இலிருந்து மதிப்பெண்களின் "வழக்கமான" தூரத்தின் விளக்கமான அளவை வழங்குகிறது.

இண்டர்குவார்டைல் வரம்பு என்பது முதல் காலாண்டுக்கும் மூன்றாவது காலாண்டுக்கும் இடையே உள்ள தூரம்.

இடைப்பட்ட வரம்பு =  $Q3 - Q1$

மாறுபாட்டை விவரிக்க Interquartile வரம்பு பயன்படுத்தப்படும்போது, அது பொதுவாக அரை-இடைக்கால வரம்பாக மாற்றப்படுகிறது. அரை-இடைக்கால வரம்பு என்பது இண்டர்குவார்டைல் வரம்பில் ஒரு பாதி மட்டுமே.

அரை-இடைக்கால வரம்பு =  $(Q3 - Q1)$

செமி இண்டர்குவார்டைல் வரம்பு, விநியோகத்தின் நடுப்பகுதி 50% மீது கவனம் செலுத்துவதால், அது தீவிர மதிப்பெண்களால் பாதிக்கப்படுவதற்கான வாய்ப்புகள் குறைவு, எனவே வரம்பை விட மாறுபாட்டின் நிலையான அளவை அளிக்கிறது. இருப்பினும், வரம்பைப் போலவே, அரை-இடைக்கால வரம்பும் தனிப்பட்ட மதிப்பெண்களுக்கு இடையிலான உண்மையான தூரங்களைக் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளாது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், மதிப்பெண்கள் எவ்வளவு சிதறிக்கிடக்கின்றன அல்லது கொத்தாக உள்ளன என்பதை இது நமக்குச் சொல்லவில்லை.

எ.கா.: Q2 (நடுத்தர காலாண்டு) என்பது இடைநிலை.

Q1 (கீழ் காலாண்டு) என்பது Q2-க்கு இடது அல்லது கீழே உள்ள எண்களின் சராசரி. Q3 (மேல் காலாண்டு) என்பது Q2 இன் வலது அல்லது அதற்கு மேல் உள்ள எண்களின் சராசரி. எடுத்துக்காட்டு: தரவின் கீழ், நடுத்தர மற்றும் மேல் காலாண்டுகளைக் கண்டறியவும்

12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32

தரவு ஏற்கனவே ஏறுவரிசையில் இருப்பதால், சராசரியைக் கண்டறியவும். 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32

22 என்பது சராசரி, எனவே,  $Q_2 = 22$

$Q_2$ : 12, 14, 16, 18, 20, 16 இன் இடதுபுறத்தில் உள்ள எண்களின் இடைநிலை சராசரி, எனவே,  $Q_1 = 16$

$Q_2$ : 24, 26, 28, 30, 32, 28 இன் வலதுபுறத்தில் உள்ள எண்களின் இடைநிலை சராசரி, எனவே,  $Q_3 = 28$

ஒரு விநியோகத்தின் இடை காலாண்டு வரம்பு என்பது மேல் மற்றும் கீழ் காலாண்டுகளுக்கு இடையிலான வித்தியாசம்.

அதாவது, காலாண்டு இடைவெளி =  $Q_3 - Q_1$

என்பதால்,  $Q_3 = 28$  மற்றும்  $Q_1 = 16$

இடை காலாண்டு வரம்பு ( $Q_2$ ) =  $28 - 16 = 12$

ஒரு விநியோகத்தின் அரை-இடை காலாண்டு வரம்பு என்பது மேல் மற்றும் கீழ் காலாண்டுகளுக்கு இடையே உள்ள பாதி வித்தியாசம் அல்லது பாதி காலாண்டு வரம்பில் பாதி.

எனவே, மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் இருந்து, இடை காலாண்டு வரம்பு = 12.

$(Q_3 - Q_1) / 2 = 12$

எனவே, அரை இடைவெளி வரம்பு =  $2 = 2 = 6$

### 14.5.3 மக்கள்தொகைக்கான நிலையான விலகல் மற்றும் மாறுபாடு

இப்போது நாம் மாறுபாட்டின் மூன்றாவது அளவுகோலுக்கு வருகிறோம்: நிலையான விலகல். மாறுபாட்டின் முதல் இரண்டு அளவீடுகளைப் போலன்றி, நிலையான விலகல் தனிப்பட்ட மதிப்பெண்களுக்கு இடையிலான உண்மையான தூரத்தை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது. எனவே, இயற்கையாகவே, மற்ற இரண்டு முந்தைய நடவடிக்கைகள் செய்யாத முக்கியமான ஒன்றை இது நமக்குச் சொல்கிறது: ஒரு விநியோகத்தில் மதிப்பெண்கள் எவ்வளவு சிதறி அல்லது கொத்தாக உள்ளன.

சரி, நீங்கள் இப்போது ஆச்சரியப்பட வேண்டும், தனிப்பட்ட மதிப்பெண்களுக்கு இடையே உள்ள உண்மையான தூரத்தை எப்படி கணக்கிடுவது? இப்படி யோசித்துப் பாருங்கள். ஒரு நகரத்தில் தூரம் எவ்வாறு அளவிடப்படுகிறது? ஒரு மையப் புள்ளியிலிருந்து வேறு எந்தப் புள்ளிக்கும் தூரத்தை அளவிடுவதற்கான நிலையான முறை. நிலையான விலகலைக் கணக்கிடுவதில் அதே தர்க்கம்

பகுப்பாய்வு  
மற்றும் விளக்கம்

பயன்படுத்தப்படுகிறது. இந்த நிகழ்வில் மையப் புள்ளி சராசரி. எனவே, சராசரியிலிருந்து மதிப்பெண்களின் விலகலை அளவிடுகிறோம்.

ஸ்டாண்டர்ட் டிபிகல் பொருள்; விலகல் என்பது சராசரியிலிருந்து தூரம்

நிலையான விலகலை ஆறு எளிய படிகளில் அளவிடலாம். மதிப்பெண்களின் தொகுப்பைப் பயன்படுத்தி இதை விளக்குவோம் (2, 4, 4, 4, 5, 5).

படி 1 மதிப்பெண்களைச் சேர்ப்பது.  $2 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 = 24$

படி 2 என்பது மதிப்பெண்களின் தொகுப்பின் சராசரியைக் கணக்கிடுவது. மொத்தத்தை (24) மதிப்பெண்களின் எண்ணிக்கையுடன் ( $N = 6$ ) வகுப்பதன் மூலம் இதைச் செய்கிறீர்கள்

$$24 \div 6 = 4$$

படி 3 என்பது விலகல் மதிப்பெண்களின் சராசரியைக் கணக்கிடுவது. இதைச் செய்ய, ஒவ்வொரு மதிப்பெண்களிலிருந்தும் சராசரியைக் கழித்துவிட்டு விலகல் மதிப்பெண்களைக் கூட்டவும்.

$$2-4 = -2$$

$$4-4 = 0$$

$$4-4 = 0$$

$$4-4 = 0$$

$$5-4 = 1$$

$$5-4 = 1$$

$$0$$

இதைச் செய்யும்போது நீங்கள் பூஜ்ஜியத்துடன் முடிவடையும் (ஏனென்றால்  $-2$  மற்றும்  $+ 2$  ஒன்றையொன்று ரத்துசெய்யும்). சராசரிக்கு மேலே உள்ள தூரங்கள் சராசரிக்கு கீழே உள்ள தூரங்களுக்கு சமமாக இருப்பதை நீங்கள் கவனிப்பீர்கள். இது எப்போதும் அப்படித்தான் இருக்கும். எனவே, சராசரி விலகல் மதிப்பெண் மாறுபாடு பற்றிய எந்த தகவலையும் வழங்காது.

படி 4, சராசரி மற்றும் தனிப்பட்ட மதிப்பெண்களுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசத்தை ஸ்கொயர் செய்து (+ மற்றும் - அறிகுறிகளை அகற்ற உதவுகிறது) மற்றும் அவற்றைச் சேர்ப்பதன் மூலம் இதைப் பெற உங்களை அனுமதிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டில் உள்ள மதிப்பெண்களின் தொகுப்பிற்கு இதைச் செய்யும்போது, நீங்கள் பெறுவீர்கள்.

$$2-4 = -2 = 4$$

$$4-4 = 0 = 0$$

$$4-4 = 0 = 0$$

$$4-4 = 0 = 0$$

$$5-4 = 1 = 1$$

$$5-4 = 1 = 1$$

-----  
6  
-----

இந்த கட்டத்தில், நீங்கள் அறிகுறிகளை அகற்றுவது மட்டுமல்லாமல், ஸ்கொயர்டு விலகல் மதிப்பெண்களையும் நீங்கள் சேர்க்கலாம் மற்றும் பூஜ்ஜியமாக இல்லாத மதிப்பைப் பெறலாம் (இந்த விஷயத்தில், 6). பல பாடப்புத்தகங்கள் இதை Sum of Squares அல்லது SS என்று அழைக்கின்றன. சதுரங்களின் தொகை என்பது ஒரு முக்கியமான கருத்து மற்றும் பல புள்ளியியல் சோதனைகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. அது என்ன, அது எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது என்பதை நீங்கள் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை (SS) என்பது வர்க்க விலகல் மதிப்பெண்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

படி 5 மாறுபாடு எனப்படும் மற்றொரு முக்கியமான கருத்துக்கு நம்மை அழைத்துச் செல்கிறது. சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையை N ஆல் வகுப்பதன் மூலம் நீங்கள் மாறுபாட்டைக் கணக்கிடுகிறீர்கள். எடுத்துக்காட்டில்,

$$6 \div 6 = 1. \text{ இது மாறுபாடு}$$

மாறுபாடு என்பது வர்க்க விலகல் மதிப்பெண்களின் சராசரி.

இறுதி படி, படி 6, மாறுபாட்டின் வர்க்க மூலத்தை எடுக்க வேண்டும். நிலையான விலகல் = variance

நிலையான விலகல் என்பது மாறுபாட்டின் வர்க்க மூலமாகும்

$$\text{எடுத்துக்காட்டில், } 1 = 1$$

மாறுபாட்டின் வர்க்க மூலத்தை ஏன் எடுக்கிறீர்கள்? படி 4 இல் விலகல் மதிப்பெண்களை நீங்கள் ஸ்கொயர் செய்திருப்பதால் இதைச் செய்கிறீர்கள். நினைவில் கொள்ளுங்கள், இல்லையெனில் பூஜ்ஜியத்தை மாறுபாட்டுடன் முடித்திருப்பீர்கள் என்பதை

பகுப்பாய்வு  
மற்றும் விளக்கம்

நினைவில் கொள்ளுங்கள். இந்தச் சிக்கலைப் போக்க, விலகல் மதிப்பெண்களை ஸ்கொயர் செய்தீர்கள். இப்போது, நிலையான விலகலைப் பெற, விலகல் மதிப்பெண்களை ஸ்கொயர் செய்வதன் செல்வாக்கை அகற்ற விரும்புகிறீர்கள். படி 6 இல் உள்ள மாறுபாட்டின் வர்க்க மூலத்தை எடுத்து இதைச் செய்கிறீர்கள்.

நிலையான விலகல் (அல்லது மாறுபாடு) என்பது ஒரு மாதிரிக்கு மக்கள்தொகையைப் போலவே இருக்கும், இருப்பினும், உங்களிடம் மாதிரித் தரவு அல்லது முழுமையான மக்கள்தொகை உள்ளதா என்பதைப் பொறுத்து கணக்கீடுகளின் விவரங்கள் சிறிது வேறுபடுகின்றன. சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை, மாறுபாடு மற்றும் மதிப்பெண்களின் மக்கள்தொகையின் நிலையான விலகல் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரம் கீழே மீண்டும் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை (SS) என்பது வர்க்க விலகல் மதிப்பெண்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்

$$SS = \sum(X - \mu)^2 \text{ or } SS = \frac{\sum X^2}{n} - \frac{(\sum X)^2}{n}$$

$$\text{Population variance} = \sigma^2 = \frac{\sum (X - \mu)^2}{n}$$

எ.கா. மதிப்பெண்களின் பின்வரும் மக்கள்தொகைக்கு SS, மாறுபாடு மற்றும் நிலையான விலகல் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுங்கள்

2, 10, 6, 9, 8, 7

#### 14.5.4 மாதிரிகளுக்கான நிலையான விலகல் மற்றும் மாறுபாடு

மாதிரித் தரவுகளுக்கான மாறுபாடு மற்றும் நிலையான விலகல் ஆகியவை மக்கள்தொகைக்கு உள்ள அதே அடிப்படை வரையறைகளைக் கொண்டுள்ளன: இவற்றைக் கணக்கிட, நாம் முதலில் ஸ்கொயர்டு விலகல்களின் கூட்டுத்தொகையான SS ஐக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். மாதிரி SS ஐக் கணக்கிடுவதற்கு நாம் பயன்படுத்தும் சூத்திரங்கள், மக்கள்தொகைக்குப் பயன்படுத்தப்படும் சூத்திரத்துடன் அடிப்படையில் ஒத்ததாக இருக்கும்.

## Definitional formula: $SS = \sum$

அடிப்படை  
புள்ளியியல்  
பகுப்பாய்வு

### Computational formula: $SS =$

இந்த சூத்திரங்களுக்கும் மக்கள் தொகை சூத்திரங்களுக்கும் இடையிலான வேறுபாடு சிறியது என்பதை நினைவில் கொள்க.  $X$  in place of  $\mu$  மற்றும்  $n$  இன் இடத்தில்  $N$  ஐ மாற்றியுள்ளோம். குறியீட்டில் உள்ள வேறுபாடு கணக்கீடுகளில் எந்த விளைவையும் ஏற்படுத்தாது.

மாதிரி மாறுபாட்டின் சார்புகளை சரிசெய்ய, மாதிரிகள் மாறுபாடு மற்றும் நிலையான விலகலுக்கான சூத்திரங்களில் சரிசெய்தல் அவசியம்.  $n$  ஐ  $n-1$  உடன் மாற்றுவதன் மூலம் இது செய்யப்படுகிறது:

$$\text{மாதிரி மாறுபாடு} = S^2 = \frac{SS}{n-1}$$

$n-1$

மாதிரி நிலையான விலகல் ( $S$ ) என்பது மாறுபாட்டின் வர்க்க மூலமாகும்.

மாதிரி நிலையான விலகல்

$$= S = \sqrt{\frac{SS}{n-1}}$$

எண்களில் உள்ள சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையை  $n$ -க்கு பதிலாக  $n-1$  ஆல் வகுத்தால், நீங்கள் பெறும் மதிப்பை அதிகரிக்கிறது. சரிசெய்தல் மாதிரி மாறுபாட்டை துல்லியமான அல்லது பக்கச்சார்பற்ற, மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் மதிப்பீட்டாளராக மாற்றுகிறது. இந்த காரணத்திற்காக, மாதிரி மாறுபாடு பெரும்பாலும் மதிப்பிடப்பட்ட மக்கள்தொகை மாறுபாடு என்றும், மாதிரி நிலையான விலகல் மதிப்பிடப்பட்ட மக்கள்தொகை நிலையான விலகல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

#### தன் மதிப்பீடு: 4

பின்வருவனவற்றின் வரம்பு, காலாண்டு வரம்பு, மாறுபாடு மற்றும் நிலையான விலகல் ஆகியவற்றைக் கண்டறியவும்:

- 1) 5, 14, 13, 9, 7, 7, 8, 6, 12

.....  
.....

- 2) 15, 18, 9, 23, 18

.....  
.....  
.....

பகுப்பாய்வு  
மற்றும் விளக்கம்

3) 9,3,9,6,6,9

4) 28,39,42,29,39,40,36,46,41,30

5) 133,215,250,108,206,159,206,178

6) 76,94,76,82,78,86,90

7) 52,61,49,52,49,52,41, 58

8) 58,59,63,45,44,41,36,36

9) 29,29,31,41,42,43,31,29,23,25

10) 59,54,37,45,31,60,32,34

## 14.6 பாடத் தொகுப்புரை

இந்த பிரிவில், விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் பிரிவில் அடிப்படை பகுப்பாய்வுக் கருவிகளை உள்ளடக்கியுள்ளோம் மற்றும் அளவு ஆராய்ச்சியின் அடிப்படைக் கருத்துகளைப் பற்றி விவாதித்தோம். அளவு நுட்பங்கள் மாதிரிகளின் குழுவின் அடிப்படையில் ஆராய்ச்சி கண்டுபிடிப்புகளிலிருந்து பொதுமைப்படுத்தல்களை உருவாக்குவதை நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளன, மேலும் இந்த பொதுமைப்படுத்தல் செயல்பாட்டில் புள்ளிவிவரங்கள் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன.

அளவீடுகளின் கட்டுமானத் தொகுதிகளையும் நாம் ஆராய்ந்தோம்: பெயரளவு, சாதாரண, இடைவெளி மற்றும் விகிதம். ஒரு ஆய்வுக்கான அளவு தரவுகளை சேகரிப்பதற்கு முன்,

ஆராய்ச்சியாளர்கள் தாங்கள் பயன்படுத்தும் புள்ளிவிவர பயன்பாடுகளின் தன்மையை தீர்மானிக்க வேண்டும். இந்த முடிவு தரவு சேகரிப்பு கருவிகளில் அளவீடுகளின் வகை மற்றும் தேவையை தீர்மானிக்கிறது. இந்த அளவீடுகள் வெவ்வேறு தரவுத் தொகுப்புகளில் விளைகின்றன, அவை தொடர்ச்சியான அல்லது தனித்த மாறிகள் என வகைப்படுத்தலாம்.

அதிர்வெண் விநியோகங்களைப் பயன்படுத்தி தரவை வகைப்படுத்தவும் சுருக்கவும் நாம் ஆராய்ந்தோம் மற்றும் தரவுகளின் பல்வேறு வகையான வரைகலை விளக்கக்காட்சியை ஆராய்ந்தோம். கூடுதலாக, தரவின் மையம் எங்குள்ளது என்பதைப் புரிந்துகொள்ள உதவும் சராசரி, சராசரி மற்றும் பயன்முறை போன்ற மையப் போக்கின் அளவை நாம் உள்ளடக்கியுள்ளோம். மேலும், தரவு எவ்வாறு பரவுகிறது என்பதைப் பற்றிய நுண்ணறிவுகளை வழங்கும் வரம்பு, காலாண்டு, மாறுபாடு மற்றும் நிலையான விலகல் உள்ளிட்ட சிதறல் நடவடிக்கைகளை நாம் விவாதித்தோம்.

இந்த புள்ளிவிவர முறைகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், உங்கள் தரவை திறம்பட பகுப்பாய்வு செய்ய முடியும் மற்றும் உங்கள் ஆராய்ச்சி பயணத்தின் போது மதிப்புமிக்க நுண்ணறிவுகளைப் பெற முடியும்.

## 14.7 தொடர்ந்து படிப்பதற்குரிய நூல்கள்

1. Dayal, M. (2017). Media Metrics: An Introduction to Quantitative Research in Mass Communication, SAGE Texts
2. Rajagopalan (2012), Statistical Inference, Prentice Hall India Learning Private Limited
3. Rajaretnam T. (2015), Statistics for Social Sciences, SAGE Publishing India  
Kanji, G. K. (2006), 100 statistical tests, Sage

## 14.8 தன் மதிப்பீடு விடைகள்

### தன் மதிப்பீடு 1

1. பெயரளவு
2. ஆர்டினல்
3. விகிதம்

### தன் மதிப்பீடு 2

- 1.

S.No.	Age Intervals	Male	Male%	Female	Female%
1	Under 20	0	0	100	16
2	21-25	17	4	83	13

பகுப்பாய்வு  
மற்றும் விளக்கம்

3	26-30	40	8	60	10
4	31-35	35	7	65	10
5	36-40	51	11	49	8
6	41-45	48	10	52	8
7	46-50	55	12	45	7
8	51-55	56	12	44	7
9	56-60	53	11	47	8
10	61-65	56	12	44	7
11	Over 65	67	14	33	5
	<b>Total</b>	<b>478</b>	<b>100</b>	<b>622</b>	<b>100</b>
	<b>478+622=1100</b>		<b>43.5</b>		<b>56.5</b>

2.

S.No.	Time Intervals	Girls	Girls%	Boys	Boys%
1	140-149	0	0.00	0	0.00
2	130-139	0	0.00	32	21.05
3	120-129	0	0.00	48	31.58
4	110-119	1	1.96	29	19.08
5	100-109	0	0.00	18	11.84
6	90-99	3	5.88	14	9.21
7	80-89	5	9.80	5	3.29
8	70-79	6	11.76	5	3.29
9	60-69	14	27.45	0	0.00
10	50-59	7	13.73	1	0.66
11	40-49	11	21.57	0	0.00
12	30-39	4	7.84	0	0.00
	<b>Total</b>	<b>51</b>	<b>100.00</b>	<b>152</b>	<b>100.00</b>
	<b>51 + 152 = 203</b>		<b>25.12</b>		<b>74.88</b>

தன் மதிப்பீடு 3

Q.No	Mean	median	mode	Q.No
1	40	38	28	1
2	51.4	45	53	2
3	58.4	58	56, 58	3
4	52.6	54	56	4
5	53.4	56	56	5

தன் மதிப்பீடு 4

அடிப்படை  
புள்ளியியல்  
பகுப்பாய்வு

Q.No	Range	Quartile Range 0%,25%,50%, 75%,100%	Variance	Standard Deviation
1	5, 14	5, 7, 8, 12, 14	10.5	3.24
2	9,23	9, 15, 18, 18, 23	26.3	5.13
3	3,9	3, 6, 7.5, 9, 9	6	2.45
4	28,46	28,31.5,39,40.75,46	37.1	6.1
5	108,250	108, 152.5, 192,208.25, 250	2183.84	46.73
6	76,94	76, 77,82,88,94	50.48	7.10
7	41,61	41, 49, 52, 53.5, 61	36.5	6.04
8	36,63	36, 39.75, 44.5, 58.25, 63	115.36	10.74
9	23,43	23, 29, 30, 38.5, 43	51.12	7.15
10	31,60	31, 33.50, 41, 55.25, 60	149.14	12.21



ignou  
THE PEOPLE'S  
UNIVERSITY